آزمون «۲۸ مرداد ماه ۱۴۰۱»

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

مدت پاسخ‌گویی دفترچهٔ اجباری (دهم و یازدهم): ۱۱۵ دقیقه

مدت پاسخ‌گویی دفترچهٔ اختیاری (دوازدهم): ۸۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۱۵۰ سؤال

	نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	حسابان ۱	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
	هندسه ۲	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
	آمار و احتمال	۱۰	۲۱-۳۰	۱۰'
	فیزیک ۲	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
	شیمی ۲	۱۰	۴۱-۵۰	۱۰'
	ریاضی ۱	۱۰	۵۱-۶۰	۱۰'
	هندسه ۱	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
	فیزیک ۱	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
	شیمی ۱	۱۰	۸۱-۹۰	۱۰'
اختیاری	حسابان ۲	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵'
	هندسه ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
	ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۵'
	فیزیک ۳	۲۰	۱۲۱-۱۴۰	۲۵'
	فیزیک ۳ - آشنا			
	شیمی ۳	۱۰	۱۴۱-۱۵۰	۱۰'
جمع کل		۱۵۰	۱-۱۵۰	۱۹۵'

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
طراحان	ریاضی پایه و حسابان ۲	محمدمصطفی ابراهیمی-عباس اسدی امیرآبادی-مهدی تک-ایمان چینی فروشان-عادل حسینی-امیرهوشنگ خمسه-مسعود درویشی فریدون ساعتی-یاسین سپهر-میلاد سجادی‌لاریجانی-علی شهرابی-سجاد عظمتی-حمید علیزاده-علی کردی-افشین گلستانی مجتبی مجاهدی-امیرمحمودیان-محمد مصطفی پور-زهرا ملایی-جهانبخش نیکنام-سهند ولی‌زاده-فهیمه ولی‌زاده
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-کاظم باقرزاده-علیرضا بهرمن-حسین حاجیلو-افشین خاصه‌خان-حسین خزایی-امیرهوشنگ خمسه-محمد خندان کیوان دارابی-سیدامیرستوده-شایان عباچی-رضا عباسی‌اصل-علی فتح‌آبادی-سیدسروش کریمی‌مداحی-محمدابراهیم گیتی‌زاده زویا محمدعلی‌پورقهرمانی‌نژاد-میلاد منصوری-محمدعلی نادرپور-مهدی نیک‌زاد-امیر وفائی-محمدرضا وکیل‌الرعایا
	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	علی ایمانی-رضا پورحسینی-جواد حاتمی-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-یاسین سپهر-علیرضا طایفه‌تبریزی-عزیزاله علی‌اصغری فرشاد فرامرزی-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم‌علوی-سهام مجیدی‌پور-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-سروش موئینی-هومن نورائی
	فیزیک	زهرا احمدیان-خسرو ارغوانی فرد-معصومه افضلی-محمد اکبری-عبدالرضا امینی‌نسب-امیرحسین برادران-ناصر خوارزمی-محمدعلی راست‌پیمان زهره رامشینی-سپهر زاهدی-علیرضا سلیمانی-حامد شاهدانی-علی قائمی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-کاظم منشادی-سیدجلال میری حسین ناصحی-مجتبی نکوئیان-شادمان ویسی
	شیمی	مجتبی اسدزاده-احسان ایروانی-جعفر پازوکی-مسعود جعفری-امیر حاتمیان-مرتضی خوش کیش-حمید ذبحی-حسن رحمتی‌کوکنده فرزاد رضایی-امید رضوانی-سیدرضا رضوی-مرتضی زارعی-امیرمحمد سعیدی-رضا سلیمانی-میبنا شرافتی‌پور-رسول عابدینی‌زواره محمد عظیمیان‌زواره-علی علمداری-امیرحسین معروفی-حسین ناصری‌ثانی-اکبر هنرمند-عبدالرشید یلمه

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی ارجمند	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم	مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

حسابان ۱: توابع‌نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۱- تابع $f(x)=(m-۶)^x$ یک تابع نمایی است. m چند عدد طبیعی را نمی‌تواند اختیار کند؟

۱) ۵ ۲) ۶

۳) ۷ ۴) ۸

۲- جواب‌های معادلهٔ $۳^x+|x|=۳$ چگونه است؟

۱) دو جواب مثبت

۲) یک جواب مثبت و یک جواب منفی

۳) فقط یک جواب مثبت

۴) بدون جواب

۳- اگر $f(x)=\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x+b}$ و $g(x)=a^x$ در نقطه‌ای به طول یک متقاطع باشند و $f(۲)=۲$ باشد، $g^{-۱}(۶۴)$ کدام است؟

۱) ۳- ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۴-

۴- اگر $۲^a=۴۸$ و $۳^b=۷۲$ باشد، حاصل $(a-۴)(b-۲)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶

۳) ۳ ۴) ۲

۵- تابع $f(x)=\log_{a-۱}^{(۲x-b)}$ به‌ازای $x\in(۳,+\infty)$ تعریف شده است. اگر $f(\frac{۱۵}{۲})=۲$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۶

۳) ۴ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

۶- تابع $f(x)=a-\log_{۳}^{(x-b)}$ از نقطهٔ (۱ , ۵) گذشته و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۱۱ قطع می‌کند. این تابع از کدام نـواحی دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

۱) اول
۲) دوم و چهارم
۳) سوم و چهارم
۴) دوم و سوم

۷- اگر $\log_{۳}^{۲}=a$ باشد، حاصل $\log_{۱۸}^{۱۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲a+۱}{۲a+۲}$
۲) $\frac{۲a+۱}{۲+a}$
۳) $\frac{a+۱}{۲a+۱}$
۴) $\frac{a}{۲a+۱}$

۸- از تساوی $(\log_{(x+۱)}^{۹})^{\log_{\sqrt{۳}}^{۳\sqrt{۳}}}=۸$، مقدار لگاریتم $(x^{۲}-۱)$ در پایهٔ ۳، کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) ۲

۹- اگر a و b ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $\frac{۱}{۴}x^{۲}-۲۵x+۲۵=۰$ باشند، حاصل $\log a+\log(a+b)+\log b$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) ۱
۳) ۴
۴) صفر

۱۰- اگر داشته باشیم $\log_{۲}^{x}=\log_{y}^{۱۶}$ و $xy=۶۴$، حاصل $(\log_{۲}\frac{x}{y})^{۲}$ کدام است؟

۱) ۲۵
۲) ۳۲
۳) ۲۰
۴) $\frac{۲۵}{۲}$

محل انجام محاسبات

هندسه ۲– تبدیل‌های هندسی (تا سر تجانس): صفحه‌های ۳۳ تا ۴۵ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱- چه تعداد از ویژگی‌های زیر، در مورد بازتاب نسبت به یک خط صحیح است؟

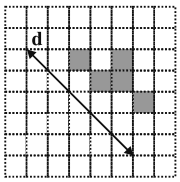
الف) اندازهٔ زاویه را حفظ می‌کند.
ب) بی‌شمار نقطهٔ ثابت دارد.
پ) لزوماً شیب خط را ثابت نگه می‌دارد.

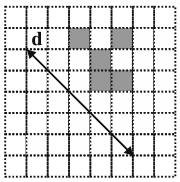
۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

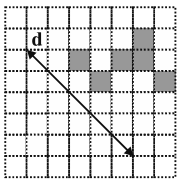
۱۲- تناظر M روی نقاط صفحه به گونه‌ای تعریف شده است که تحت این تناظر، هر نقطه از صفحه به اندازهٔ دو واحد به سمت راست جابه‌جا می‌شود. کدام گزینه در مورد این تناظر صحیح است؟

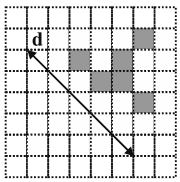
۱) M تبدیل نیست.
۲) M یک تبدیل است ولی طولپا نیست.
۳) M یک تبدیل است و بی‌شمار نقطهٔ ثابت تبدیل دارد.
۴) M یک تبدیل طولپا است و نقطهٔ ثابت تبدیل ندارد.

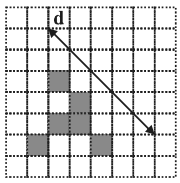
۱۳- بازتاب شکل داده شده نسبت به خط d کدام است؟

۱)


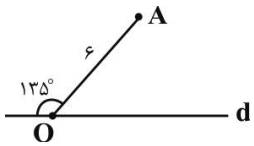
۲)


۳)


۴)




۱۴- اگر A' بازتاب نقطهٔ A نسبت به خط d باشد، مساحت مثلث OAA' کدام است؟



۱) ۱۲
۲) $۱۲\sqrt{۳}$
۳) $۱۸\sqrt{۳}$
۴) ۱۸

۱۵- دایرهٔ $C'(O', R')$ انتقال یافتهٔ دایرهٔ $C(O, ۳)$ با بردار $\vec{v}$ به طول ۵ است. وضعیت نسبی این دو دایره کدام است؟

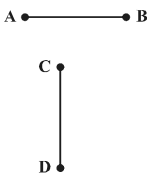
۱) مماس خارج
۲) متقاطع
۳) متخارج
۴) نامعلوم

محل انجام محاسبات

۱۶- اگر نقطهٔ O محل تلاقی قطرهای ذوزنقهٔ $ABCD\,(AB \parallel CD)$ باشد، آنگاه تبدیل‌یافتهٔ پاره‌خط AB تحت کدام‌یک از تبدیل‌های زیر، موازی با پاره‌خط AB نیست؟

۱) بازتاب نسبت به خط CD
۲) دوران به مرکز O و زاویهٔ 180°
۳) انتقال با بردار $\overrightarrow{CD}$
۴) دوران به مرکز O و زاویهٔ AOB

۱۷- مطابق شکل دو پاره‌خط هم طول AB و CD مفروض‌اند. با حداقل چند دوران، می‌توان این دو پاره‌خط را روی هم منطبق کرد، به‌طوری‌که A روی C و B روی D قرار گیرد؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) نشدنی

۱۸- مساحت ذوزنقهٔ $ABCD$ برابر ۶۵ و طول قاعده‌های آن $AB = 4$ و $CD = 6$ است. نیمسازهای دو زاویهٔ A و B، یکدیگر را در نقطهٔ M درون ذوزنقه قطع می‌کنند. اگر M' بازتاب M نسبت به AB و M'' بازتاب M' نسبت به CD باشد، طول پاره‌خط $M'M''$ کدام است؟

۱) ۱۳
۲) ۱۹/۵
۳) ۲۶
۴) ۳۹

۱۹- فرض کنید AM، BN و CP میانه‌های مثلث ABC باشند. اگر نقاط A، B و C را به‌ترتیب با بردارهای $\frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$، $\frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$ و $\frac{1}{3}\overrightarrow{CP}$ منتقل کنیم تا نقاط A'، B' و C' حاصل شود، مساحت مثلث $A'B'C'$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{9}$
۳) $\frac{1}{16}$
۴) $\frac{1}{36}$

۲۰- مربع $ABCD$ به طول ضلع $2+\sqrt{2}$ را حول مرکز تقارن آن، 45° دوران می‌دهیم. مساحت سطح مشترک مربع و تصویر آن کدام است؟

۱) $6+4\sqrt{2}$
۲) $4+4\sqrt{2}$
۳) $2+4\sqrt{2}$
۴) $4\sqrt{2}$

آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۷۲ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۲۱- از جعبه‌ای که شامل ۶ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه است، سه مهره به صورت پی‌درپی و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال رنگ مهره‌های اول و سوم یکسان و با مهرهٔ دوم متفاوت است؟

۱) $\frac{۱}{۱۴}$ ۲) $\frac{۵}{۲۸}$

۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۲}{۷}$

۲۲- دو تاس به رنگ‌های سیاه و سفید با هم پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع دو عدد رو شده کمتر از ۶ است، احتمال آنکه عدد تاس سفید از عدد تاس سیاه کمتر نباشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$

۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

۲۳- در یک سکه، احتمال آمدن رو، دو برابر احتمال آمدن پشت و در یک تاس، احتمال آمدن هر عدد اول، سه برابر احتمال آمدن هر عدد غیر اول است. اگر این سکه و تاس را با هم پرتاب کنیم، با کدام احتمال سکه رو یا تاس ۶ می‌آید؟

۱) $\frac{۲۵}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱۹}{۳۶}$

۳) $\frac{۲۵}{۲۷}$ ۴) $\frac{۱۸}{۲۵}$

۲۴- اگر $P(A)=\frac{۱}{۳}$ و $P(B-A)=\frac{۱}{۴}$ باشد، حاصل $P(B|A')$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

۲۵- دو عدد طبیعی یک رقمی متمایز را چنان انتخاب می‌کنیم که مجموع آنها زوج باشد. چقدر احتمال دارد هر دو عدد، فرد باشند؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

محل انجام محاسبات

۲۶- در ظرفی ۱۰ مهرهٔ سیاه و ۵ مهرهٔ سفید و در ظرفی دیگر ۵ مهرهٔ سیاه، ۷ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ زرد وجود دارند. از هر کدام از ظرف‌ها یک مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهرهٔ انتخاب شده، غیر همرنگ هستند؟

۱) $\frac{۲۸}{۴۵}$ ۲) $\frac{۱۷}{۴۵}$

۳) $\frac{۱۹}{۴۵}$ ۴) $\frac{۲۶}{۴۵}$

۲۷- جعبهٔ A دارای ۳ مهرهٔ قرمز و ۱ مهرهٔ سفید و جعبهٔ B دارای ۱ مهرهٔ سفید و ۱ مهرهٔ قرمز است. از جعبهٔ A سه مهره به تصادف انتخاب کرده و در جعبهٔ B می‌ریزیم و سپس از جعبهٔ B، دو مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال این دو مهره قرمز هستند؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$

۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۲۸- دو ظرف داریم که در ظرف اول، ۳ مهرهٔ سفید و ۴ مهرهٔ سیاه و در ظرف دوم، ۵ مهرهٔ سفید و ۲ مهرهٔ سیاه موجود است. از اولی ۲ مهره و از دومی ۳ مهره به تصادف برداشته و در ظرف جدیدی می‌ریزیم. سپس از ظرف جدید یک مهره بیرون می‌آوریم و مشاهده می‌کنیم که سفید است. با کدام احتمال این مهره متعلق به ظرف اول بوده است؟

۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$

۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۲۹- اگر A و B دو پیشامد مستقل از هم، $P(B-A)=۰/۲$ و $P(A\cap B)=۰/۳$ باشند، حاصل $P(A'\cap B')$ کدام است؟

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۳

۳) ۰/۲ ۴) ۰/۱

۳۰- دانش‌آموزی به ۳ تست سه‌گزینه‌ای به طور تصادفی پاسخ می‌دهد. با کدام احتمال حداقل به دو تست، به طور صحیح پاسخ می‌دهد؟ (هیچ سؤالی بی‌جواب نمی‌ماند)

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۷}{۲۷}$ ۴) $\frac{۲}{۹}$

محل انجام محاسبات

فیزیک ۲– جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۸۲ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

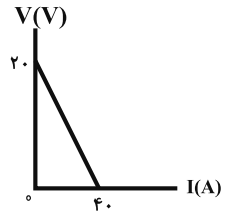
۳۱- کیلووات – ساعت و آمپر – ساعت به‌ترتیب از راست به چپ نشان‌دهندهٔ یکای کدام کمیت‌های فیزیکی هستند؟

۱) پتانسیل الکتریکی، جریان الکتریکی
۲) پتانسیل الکتریکی، انرژی
۳) انرژی، بار الکتریکی
۴) انرژی، جریان الکتریکی

۳۲- وقتی‌که تنها مقاومت خارجی مدار 1Ω باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری‌ای که درون مدار قرار دارد، $1/5V$ است و زمانی که این مقاومت 2Ω می‌شود، این اختلاف پتانسیل به $2V$ افزایش می‌یابد. به‌ترتیب نیروی محرکهٔ باتری و مقاومت درونی آن بر حسب واحدهای SI کدام است؟

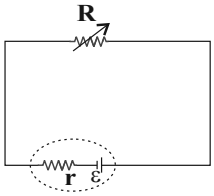
۱) ۳/۵ و ۱
۲) ۳ و ۱/۵
۳) ۳/۵ و ۱/۵
۴) ۳ و ۱

۳۳- نمودار ولتاژ دو سر یک مولد برحسب جریان عبوری از آن مطابق شکل زیر است. اگر توان تلف شده در مقاومت درونی مولد $200W$ باشد، توان خروجی مولد چند وات است؟



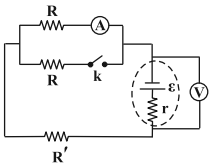
۱) ۵۰
۲) ۱۰۰
۳) ۲۰۰
۴) ۴۰۰

۳۴- در مدار شکل زیر اگر با تغییر مقاومت رئوستا جریان عبوری از مولد $4A$ افزایش یابد، اختلاف پتانسیل دو سر مولد، $6V$ تغییر می‌کند. اگر مقاومت رئوستا از 4Ω به‌طور پیوسته کاهش یابد تا به 2Ω برسد، توان مصرفی مدار چگونه تغییر می‌کند؟



۱) پیوسته افزایش می‌یابد.
۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
۳) پیوسته کاهش می‌یابد.
۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۳۵- در مدار شکل زیر، با بستن کلید (k) اعدادی که ولت‌سنج ایده‌آل و آمپرسنج ایده‌آل نشان می‌دهند به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



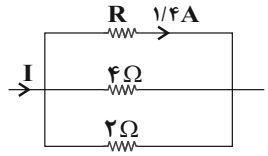
۱) کاهش، افزایش
۲) افزایش، کاهش
۳) کاهش، کاهش
۴) افزایش، افزایش

محل انجام محاسبات

۳۶- دو مقاومت مشابه را یک بار به‌صورت متوالی و بار دیگر به‌صورت موازی به یک ولتاژ معین متصل می‌کنیم. نسبت توان مصرفی کل در حالت متوالی به توان مصرفی کل در حالت موازی کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۳۷- در شکل زیر، اگر انرژی الکتریکی مصرف شده در مقاومت R در مدت ۱۵ دقیقه برابر با ۳/۷۸ کیلوژول باشد، I چند آمپر است؟



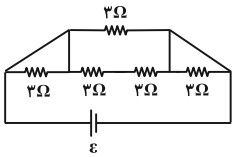
۱) ۴

۲) ۲/۲۵

۳) ۳/۴

۴) ۳/۶۵

۳۸- در مدار شکل زیر، مقاومت معادل مدار چند اُهم است؟



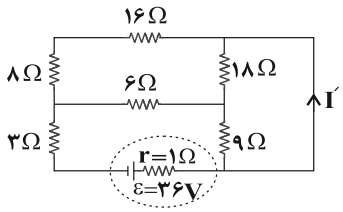
۱) ۲

۲) ۳

۳) ۸

۴) ۱۵

۳۹- در مدار شکل زیر، I' چند آمپر است؟



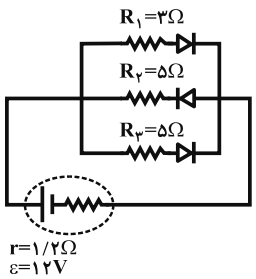
۱) ۱

۲) ۲

۳) $\frac{۵}{۳}$

۴) $\frac{۷}{۳}$

۴۰- در مدار شکل زیر جریان عبوری از کل مدار و جریان عبوری از مقاومت $R_۱$ به‌ترتیب از راست به چپ برحسب آمپر کدام است؟ (مقاومت هر دیود در لحظهٔ عبور جریان از آن برابر با ۱Ω است.)



۱) ۲ ، $\frac{۱۰}{۳}$

۲) $\frac{۳}{۱۰}$ ، $\frac{۴}{۳}$

۳) $\frac{۱۰}{۳}$ ، $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۱۰}$ ، ۲

محل انجام محاسبات

شیمی ۲– در پی غذای سالم (تا سر غذای سالم): صفحه‌های ۴۹ تا ۷۵ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۴۱- کدام گزینه صحیح است؟

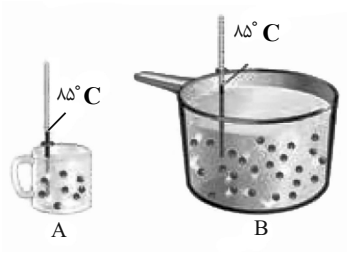
۱) دمای یک جسم با میانگین سرعت و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازندهٔ آن، رابطه مستقیم دارد.

۲) گرما و دما از ویژگی‌های یک نمونه ماده محسوب می‌شوند و به جرم ماده وابسته هستند.

۳) یکای دما در سیستم SI، درجهٔ سلسیوس (°C) است.

۴) دو ظرف آب با دمای متفاوت قطعاً انرژی گرمایی متفاوتی دارند.

۴۲- با توجه به شکل مقابل کدام گزینه صحیح است؟ (درون هر دو ظرف آب است.)



۱) توزیع انرژی بین همهٔ ذرات سازندهٔ آب ظرف A یکسان است و همهٔ ذرات به یک اندازه جنب‌وجوش دارند.

۲) گرمای نمونه B بیشتر از نمونه A است، زیرا مقدار آن بیشتر است.

۳) اگر مقداری از آب ظرف A را به ظرف B منتقل کنیم، میانگین انرژی جنبشی ذرات و ظرفیت گرمایی ویژه آب درون ظرف B ثابت مانده، ولی ظرفیت گرمایی آن افزایش می‌یابد.

۴) هنگام هم‌دما شدن نمونهٔ A با دمای اتاق، تغییر دمای نمونه مقداری منفی است و انرژی گرمایی نمونه ماده بدون تغییر می‌ماند.

۴۳- ظرفیت گرمایی ویژهٔ آب ۱۰ برابر ظرفیت گرمایی ویژهٔ آهن است. اگر ۲kg آب ۲۰°C را در یک ظرف آهنی به جرم ۱kg با دمای ۱۲۵°C بریزیم و این دو هم‌دما شوند، دمای نهایی برحسب درجهٔ سلسیوس کدام است؟ (از مبادلهٔ گرما با محیط صرف‌نظر شود.)

۱) ۲۹/۲۵ ۲) ۲۵ ۳) ۵۵ ۴) ۷۲/۵

۴۴- مخلوطی از $CaCO_3$ و $NaHCO_3$ را مطابق معادلهٔ واکنش‌های شیمیایی زیر، حرارت می‌دهیم. اگر با دادن ۲۱۶۰ ژول گرما به بخار آب حاصل از واکنش (I)، تغییر دما ۱۰°C و با دادن ۴۲۲۴ ژول گرما به کل CO_2 تولیدشده از دو واکنش، تغییر دما ۱۵°C شود، جرم مخلوط اولیه چند گرم بوده است؟

$(H=1, C=12, O=16, Na=23, Ca=40 : g.mol^{-1})$ $(c_{H_2O}=2 , c_{CO_2}=0/8 : J.g^{-1}.K^{-1})$

$I) 2NaHCO_3(s) \xrightarrow{\Delta} Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$

$II) CaCO_3(s) \xrightarrow{\Delta} CaO(s) + CO_2(g)$

۱) ۱۶۵۰ ۲) ۱۲۰۸ ۳) ۹۳۴ ۴) ۱۴۷۵

۴۵- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

آ) در شرایط یکسان، گرمای حاصل از تشکیل یک مول آب در حالت مایع از عناصر سازندهٔ آن، کمتر از گرمای حاصل از تشکیل یک مول بخار آب از عناصر سازندهٔ آن است.

ب) در فرایند گوارش مواد غذایی در بدن، ضمن مبادلهٔ گرما بین محیط و سامانه، دمای سامانه ثابت می‌ماند.

پ) تبخیر آب همانند تشکیل دی‌نیتروژن تتراکسید از اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن، گرماده است.

ت) در یک واکنش گرماگیر، هرچه فراورده ناپایدارتر و واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر باشند، آنتالپی واکنش کوچک‌تر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

۴۶- کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) آنتالپی واکنش $2C_2H_6(g)+7O_2(g)\rightarrow 4CO_2(g)+6H_2O(l)$، برابر آنتالپی سوختن اتان در دمای اتاق است.

۲) اندازه آنتالپی سوختن پروپن از پروپین بیشتر و ارزش سوختی اتین از پروپن بیشتر است.

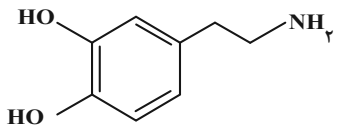
۳) در فرایند برگشت‌پذیر $N_2O_4(g)\rightleftarrows 2NO_2(g)$، واکنش در جهتی که گرماگیر است، با تولید ماده‌ای همراه است که قهوه‌ای رنگ بوده و پایدارتر است.

۴) آنتالپی واکنش $C_2H_2(g)\rightarrow 2C(g)+2H(g)$ برابر با آنتالپی پیوند $C-H$ است.

۴۷- مخلوطی شامل کربن‌مونوکسید و متانول، در اکسیژن کافی می‌سوزد و ۱۸۰g آب تولید می‌شود، اگر گرمای حاصل از سوختن این مخلوط، در مجموع ۶۴۰۵ کیلوژول باشد، درصد مولی کربن‌مونوکسید در مخلوط اولیه به تقریب کدام است؟ (گرمای حاصل از سوختن یک مول کربن‌مونوکسید و متانول به‌ترتیب ۲۸۳ و ۷۱۵ کیلوژول است.) $(H_2O=18 g.mol^{-1})$

۱) ۶۶/۶۷ ۲) ۵۷/۲۵ ۳) ۷۳/۳۳ ۴) ۴۰/۵۶

۴۸- با توجه به ساختار ترکیب داده شده، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ $(O=16, N=14, C=12, H=1: g.mol^{-1})$



- اختلاف شمار الکترون‌های ناپیوندی با شمار اتم‌های هیدروژن، برابر یک است.
- درصد جرمی کربن ۳ برابر درصد جرمی اکسیژن است.
- یک ترکیب آلی آروماتیک بوده و در آن یک گروه عاملی آلدهیدی وجود دارد.
- دارای ۵۰ جفت‌الکترون پیوندی است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۹- درصد جرمی چربی، کربوهیدرات و پروتئین در یک وعدهٔ غذایی به ترتیب ۸، ۱۵ و ۹ بوده و مابقی آن را آب تشکیل می‌دهد. ارزش سوختی این ماده چند کیلوژول بر گرم است و ۶۰۰ گرم از این ماده غذایی به‌تقریب انرژی مورد نیاز یک ورزشکار برای چند ساعت تمرین هوازی را تأمین می‌کند؟ (میزان انرژی به ازای هر ساعت تمرین هوازی تقریباً برابر ۱۰۶/۸ کیلوکالری بوده و ارزش سوختی چربی‌ها، کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌ها به ترتیب برابر با ۳۸، ۱۷ و ۱۷ کیلوژول بر گرم است.) $(1cal=4/18J)$

۱) ۹/۶ – ۷/۱۲ ۲) ۴۰ – ۷/۱۲ ۳) ۹/۶ – ۳/۵۶ ۴) ۴۰ – ۳/۵۶

۵۰- با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی زیر:

$H_2(g)+Cl_2(g)\rightarrow 2HCl(g), \Delta H=-184/6 kJ$

$B_2H_6(g)+6Cl_2(g)\rightarrow 2BCl_3(g)+6HCl(g), \Delta H=-1374 kJ$

$B_2H_6(g)+6H_2O(l)\rightarrow 2H_3BO_3(s)+6H_2(g), \Delta H=-493/4 kJ$

ΔH واکنش: $BCl_3(g)+3H_2O(l)\rightarrow H_3BO_3(s)+3HCl(g)$، برابر چند کیلوژول است و با آزاد شدن $45/4 kJ$ انرژی، چند مول $BCl_3(g)$ مصرف می‌شود؟

۱) ۰/۴۰ ، −۱۱۳/۵ ۲) ۰/۳۶ ، −۱۱۳/۵ ۳) ۰/۴۰ ، −۱۲۶/۵ ۴) ۰/۳۶ ، −۱۲۶/۵

محل انجام محاسبات

ریاضی ۱ – معادله‌ها و نامعادله‌ها + تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۱۰۸ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۵۱- اگر $(x^۲-۵)^{۲۰}+(x^۲-y^۲+۱۱)^{۱۲}=۰$ باشد، مقدار y کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) -۶

۳) -۴ ۴) $\sqrt{۶}$

۵۲- چند مربع وجود دارد که اندازهٔ مساحت آن، ۵ واحد از اندازهٔ محیط آن بیش‌تر باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) صفر

۵۳- به ازای کدام مجموعهٔ مقادیر k معادلهٔ $-x^۲-x+۲k=۰$ جواب حقیقی ندارد اما معادلهٔ $(k+۲)x^۲-۳x+۱=۰$ دو جواب حقیقی متمایز دارد؟

۱) $(\frac{۱}{۸},+\infty)$ ۲) $(-\infty,\frac{۱}{۴})$

۳) $(-\infty,-\frac{۱}{۸})-\{-۲\}$ ۴) $(-\frac{۱}{۸},\frac{۱}{۴})$

۵۴- می‌خواهیم روی یک میز ناهارخوری یک سفره را طوری قرار دهیم که میزان آویزان شدن سفره از هر چهار طرف برابر باشد. اگر ابعاد میز ناهارخوری $۱m\times۳m$ و مساحت سفره $۳/۸۴m^۲$ باشد، سفره از هر طرف چند سانتی‌متر آویزان شده است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۰

۳) ۸ ۴) ۵

۵۵- به ازای چند مقدار صحیح برای m، نمودار سهمی $y=(m+۲)x^۲+۲mx+۱$ همواره بالای محور xها قرار می‌گیرد؟

۱) ۴ ۲) ۲

۳) صفر ۴) ۱

محل انجام محاسبات

۵۶- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور xها را در دو نقطه به طول‌های ۱- و ۲ قطع می‌کند.

عرض رأس این سهمی کدام است؟

۱) ۲
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۷}{۴}$
۴) $\frac{۹}{۴}$

۵۷- اگر مجموعه جواب‌های نامعادلهٔ $|\frac{x}{a}+b|<\frac{۳}{۲}$ بازهٔ $(-۲/۵,۶/۵)$ باشد، مجموعه جواب‌های نامعادلهٔ $|x-b|<a$ کدام است؟

۱) $(-\frac{۱۱}{۳},\frac{۷}{۳})$
۲) $(-\frac{۷}{۳},\frac{۱۱}{۳})$
۳) $(۱,\frac{۱۳}{۳})$
۴) $(-\frac{۱۳}{۳},۱)$

۵۸- اگر جدول تعیین علامت عبارت $P=(۲x-۱)(ax^2+۳x+b)$ به‌صورت

x		−۲		c	
P	−	۰	+	۰	+

باشد، حاصل abc کدام است؟

۱) ۲
۲) -۲
۳) ۸
۴) -۸

۵۹- رابطهٔ $f=\{(۳,m^2),(۲,۱),(-۲,m),(۳,m+۲),(m,۴)\}$ به ازای کدام مقدار m یک تابع است؟

۱) -۲
۲) -۱
۳) ۲
۴) هیچ مقدار m

۶۰- تابع خطی f از نقاط $(۰,-(a+۱))$ و $(۳,۲a-۱)$ می‌گذرد. کدام نقطه الزاماً روی این خط قرار دارد؟

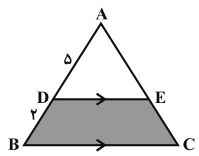
۱) $(۱,۱)$
۲) $(۱,-۱)$
۳) $(-۱,-۱)$
۴) $(-۱,۱)$

محل انجام محاسبات

هندسه ۱ – قضیه تالس، تشابه و کاربردها/ چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۴۵ تا ۶۴ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- در شکل مقابل مساحت مثلث ADE، ۲۵ واحد سطح است. مساحت قسمت هاشور خورده کدام است؟



۱) ۱۰

۲) ۱۵

۳) ۲۰

۴) ۲۴

۶۲- در شکل زیر، مساحت مثلث ABC سه برابر مساحت مثلث AMN است. اگر فاصلهٔ رأس A تا ضلع BC برابر ۶ و $\hat{ANM} = \hat{ABC}$ باشد، فاصلهٔ نقطهٔ A تا ضلع MN کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$

۲) ۳

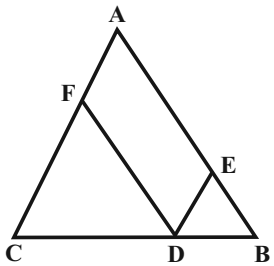
۳) ۲

۴) $۳\sqrt{۲}$

۶۳- مساحت مثلثی با طول اضلاع ۳، $\frac{۳\sqrt{۶}}{۲}$ و $\sqrt{۶}$، چند برابر مساحت مثلثی با طول اضلاع $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$، $\sqrt{۳}$ و $\sqrt{۲}$ است ؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۹

۶۴- در شکل زیر اگر $۷AF = ۲AC$ باشد، مساحت متوازی اضلاع $AEDF$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



۱) $\frac{۲۵}{۴۹}$

۲) $\frac{۲۴}{۴۹}$

۳) $\frac{۲۰}{۴۹}$

۴) $\frac{۱۹}{۴۹}$

محل انجام محاسبات

۶۵- اگر تعداد قطرهای یک $2n$ ضلعی محدب، دو برابر مجموع تعداد قطرها و اضلاع یک $(n+1)$ ضلعی محدب باشد، تعداد قطرهای n ضلعی محدب کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۲۴

۶۶- عکس کدام‌یک از قضایای زیر، لزوماً صحیح نیست؟

۱) اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آنگاه قطرهای آن منصف یکدیگر هستند.

۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آنگاه قطرهای آن عمود منصف یکدیگر هستند.

۳) اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آنگاه دو قطر آن مساوی یکدیگر و عمود بر هم هستند.

۴) اگر ذوزنقه‌ای متساوی‌الساقین باشد، آنگاه اندازهٔ دو قطر آن مساوی است.

۶۷- طول دو قطر چهارضلعی محدب $ABCD$ باهم مساوی‌اند. نقاط وسط اضلاع این چهارضلعی را به طور متوالی به‌هم وصل می‌کنیم. چهارضلعی حاصل کدام است؟

۱) لوزی ۲) مستطیل

۳) مربع ۴) ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین

۶۸- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویهٔ حادهٔ آن برابر ۲۲/۵ درجه و طول وتر آن برابر ۲ است، طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

۶۹- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با یک زاویهٔ 15°، اگر حاصلضرب طول‌های اضلاع زاویهٔ قائمه ۴ باشد، مجموع طول‌های آنها کدام است؟

۱) $4\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{6}$

۳) $4\sqrt{5}$ ۴) $6\sqrt{2}$

۷۰- در مربع $ABCD$، نقطهٔ E روی قطر AC چنان واقع شده که $DE=6$ و $\widehat{CDE}=15^\circ$ است. طول ضلع این مربع کدام است؟

۱) $4\sqrt{2}$ ۲) $3\sqrt{5}$

۳) $4\sqrt{3}$ ۴) $3\sqrt{6}$

محل انجام محاسبات

فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۸۲ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۷۱- متحرکی با تندی $۸\frac{m}{s}$ در حال حرکت است. تندی متحرک چند متر بر ثانیه افزایش یابد تا انرژی جنبشی آن ۱۶ برابر شود؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۴۰

۳) ۲۴ ۴) جرم متحرک باید مشخص باشد.

۷۲- طی جابه‌جایی $\vec{d} = ۶\vec{i} + ۸\vec{j}$، نیروی $\vec{F} = ۳۰\vec{i} + ۴۰\vec{j}$ به جسمی به جرم ۲kg وارد می‌شود. کار نیروی $\vec{F}$ طی این جابه‌جایی چند ژول است؟ (تمام واحدها در SI هستند.)

۱) ۳۲۰ ۲) ۱۸۰

۳) ۵۰۰ ۴) ۳۰۰

۷۳- جسمی به جرم ۲kg روی یک سطح افقی تحت اثر سه نیروی افقی $\vec{F}_۱ = \vec{i} - ۶\vec{j}$، $\vec{F}_۲ = ۸\vec{i} + ۲\vec{j}$ و $\vec{F}_۳ = -۳\vec{i} + ۱۲\vec{j}$ از حال سکون به حرکت در می‌آید. مجموع جبری کار نیروهای وارد بر جسم پس از ۶m جابه‌جایی، چند ژول است؟ (تمام واحدها در SI هستند و اصطکاک نداریم.)

۱) ۱۲۰ ۲) ۶۰

۳) ۳۰ ۴) باید زاویهٔ بین بردارهای نیرو و جابه‌جایی معلوم باشد.

۷۴- به جسم ساکنی که روی یک سطح افقی قرار دارد، نیروی ثابت و خالص F در راستای افقی وارد می‌شود. تندی این جسم در پایان دو جابه‌جایی متوالی به اندازه‌های d و d'، به‌ترتیب به $۲v$ و $۴v$ می‌رسد. d' چند برابر d است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۵- تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسمی طی یک جابه‌جایی معین در نزدیکی سطح زمین برابر با $-۱۰J$ است. کاری که طی این جابه‌جایی نیروی گرانشی روی جسم انجام می‌دهد برابر با ..... ژول می‌باشد و طی این جابه‌جایی ارتفاع جسم از سطح زمین ..... یافته است.

۱) ۱۰، افزایش ۲) ۱۰-، کاهش

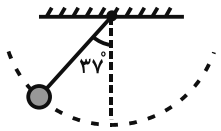
۳) ۱۰، کاهش ۴) ۱۰-، افزایش

محل انجام محاسبات

۷۶- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم m با تندی اولیهٔ v_0 در راستای قائم روبه‌بالا پرتاب می‌شود. در لحظه‌ای که تندی گلوله به $\frac{\sqrt{3}}{4}$ تندی اولیه‌اش می‌رسد، انرژی ..... گلوله، .....

۱) جنبشی، $\frac{13}{32}mv_0^2$ افزایش می‌یابد.
۲) جنبشی، $\frac{13}{32}mv_0^2$ کاهش می‌یابد.
۳) پتانسیل گرانشی، $\frac{3}{16}mv_0^2$ افزایش می‌یابد.
۴) پتانسیل گرانشی، $\frac{3}{16}mv_0^2$ کاهش می‌یابد.

۷۷- مطابق شکل زیر، گلولهٔ آونگی به جرم m که به نخ سبکی به طول L آویزان شده است، از زاویهٔ 37° نسبت به راستای قائم رها می‌شود. زاویهٔ اولیهٔ رها کردن این گلوله نسبت به راستای قائم را چند درجه بیشتر کنیم تا تندی آن در پایین‌ترین قسمت مسیر $\sqrt{2}$ برابر حالت قبل شود؟ (از کلیهٔ نیروهای اتلافی و مقاومت هوا صرف‌نظر کنید و $\cos 37^\circ = 0/8$)



۱) 8°
۲) 16°
۳) 23°
۴) 53°

۷۸- گلوله‌ای به جرم $30g$ را که با تندی ثابت و افقی $20\frac{m}{s}$ در حال حرکت است، مطابق شکل زیر با دست می‌گیریم تا متوقف شود. انرژی درونی گلوله، دست و هوا طی این فرایند، ..... ژول ..... می‌یابد.

۱) ۶، افزایش
۲) ۱۲، کاهش
۳) ۶، کاهش
۴) ۱۲، افزایش

۷۹- جسمی با تندی اولیهٔ $20m/s$ از پایین یک سطح شیبدار به بالا فرستاده شده و با تندی $10m/s$ به محل پرتاب برمی‌گردد. چنان‌چه کار نیروی اصطکاک در مسیرهای رفت و برگشت برابر باشد، جسم حداکثر تا چه ارتفاع قائمی از محل پرتاب بر حسب متر بالا رفته است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$

۱) ۲۰
۲) ۱۲/۵
۳) ۲۵
۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

۸۰- یک پمپ آب در هر دقیقه ۶۰ لیتر آب ساکن را از چاهی به عمق ۲۰ متر بالا می‌آورد و با تندی $20\frac{m}{s}$ از دهانهٔ لوله‌ای در سطح زمین خارج می‌کند. اگر بازدهٔ پمپ ۸۰ درصد باشد، توان الکتریکی مصرفی متوسط پمپ چند وات است؟ $(g = 10\frac{N}{kg}, \rho_{آب} = 1000\frac{kg}{m^3})$

۱) ۴۰۰
۲) ۵۰۰
۳) ۳۲۰
۴) ۲۴۰

محل انجام محاسبات

شیمی ۱–ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۴۵ تا ۶۹ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۸۱- همهٔ موارد زیر درست می‌باشند، به‌جز .....

۱) فشار هواکره به دلیل وجود گازهای گوناگون است و این فشار در یک جهت به بدن ما وارد می‌شود.

۲) از گاز نیتروژن در صنعت سرماسازی برای انجماد مواد غذایی و نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی استفاده می‌شود.

۳) تغییرات آب و هوای زمین در لایه‌ای که حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره را دربردارد، رخ می‌دهد.

۴) درصد حجمی گاز آرگون در هوای پاک و خشک، از سایر گازهای تک‌اتمی بیشتر است.

۸۲- در کدام لایه از هواکره با افزایش ارتفاع، به ازای هر کیلومتر، دما در حدود $6^{\circ}C$ افت می‌کند و اگر ارتفاع این لایه ۱۱/۵ کیلومتر و دما در سطح این لایه $14^{\circ}C$ باشد، در انتهای این لایه دما برحسب کلوین کدام است؟

۱) تروپوسفر، ۳۵۶ ۲) تروپوسفر، ۲۱۸ ۳) استراتوسفر، ۳۵۶ ۴) استراتوسفر، ۲۱۸

۸۳- با توجه به لایه‌های موجود در هواکره، کدام عبارت درست است؟

۱) دما با افزایش ارتفاع در لایهٔ اول و سوم افزایش می‌یابد.

۲) با افزایش ارتفاع از سطح زمین و کاهش جاذبهٔ زمین، به تعداد ذرات در واحد حجم افزوده می‌شود.

۳) نسبت حجمی گازهای سازنده هواکره از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون تقریباً ثابت مانده است.

۴) در لایهٔ آخر هواکره، مولکول‌ها، اتم‌ها، کاتیون‌ها و آنیون‌های متنوعی وجود دارد.

۸۴- کدام گزینه درست است؟

۱) روند تغییر فشار هوا در اتمسفر زمین را می‌توان دلیلی بر لایه‌ای بودن هواکره دانست.

۲) روند تغییر فشار هوا و دمای هوا در تروپوسفر مشابه یکدیگر است.

۳) گیاهان نیتروژن مورد نیاز خود را به‌طور مستقیم از هواکره تأمین می‌کنند.

۴) مقایسهٔ درصد حجمی فراوانی گازهای N_2، O_2 و Ar در هوای پاک و خشک، به‌صورت $O_2 > Ar > N_2$ می‌باشد.

۸۵- چند مورد از مطالب زیر نادرست‌اند؟

الف) اکسیژن یکی از مهم‌ترین گازهای هواکره است که به‌طور ناهمگون در لایه‌های گوناگون هواکره توزیع شده است.

ب) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، فشار گاز اکسیژن به‌طور پیوسته افزایش می‌یابد.

پ) اکسیژن گازی واکنش‌پذیر است که با تمام عناصر واکنش می‌دهد.

ت) کربن مونوکسید نسبت به کربن دی‌اکسید سطح انرژی بیش‌تری دارد و به دلیل داشتن پیوند سه‌گانه، پایدارتر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۶- کدام گزینه نادرست است؟ $(Br = ۸۰ , Fe = ۵۶ , O = ۱۶ : g.mol^{-1})$

۱) مجموع زیروندها در فرمول شیمیایی دو ترکیب دی‌نیتروژن پنتااکسید و گوگرد هگزافلوئورید، با هم برابر است.

۲) در جرم‌های برابر از آهن (III) اکسید و مولکول برم، شمار مول‌ها با هم برابر است.

۳) نسبت شمار اتم‌های نیتروژن به اکسیژن در دو ترکیب نیتروژن دی‌اکسید و دی‌نیتروژن تتراکسید با هم برابر است.

۴) شمار پیوندهای کووالانسی در دو ترکیب HCN و CH_2O، با هم نابرابر است.

محل انجام محاسبات

۸۷- با توجه به واکنش‌های زیر پس از موازنه، کدام موارد از مطالب داده شده درست است؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید.)

I) $KBH_4 + NH_4Cl \rightarrow KCl + B_3N_3H_6 + H_2$

II) $FeCrO_4 + K_2CO_3 + O_2 \rightarrow Fe_2O_3 + K_2CrO_4 + CO_2$

الف) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در هر دو واکنش، با هم برابر است.

ب) ضریب استوکیومتری گاز دو اتمی واکنش (I)، ۴ برابر ضریب استوکیومتری گاز دو اتمی واکنش (II) است.

پ) نسبت ضریب استوکیومتری KCl به $B_3N_3H_6$ در واکنش (I)، برابر با نسبت ضریب استوکیومتری H_2 به KBH_4 است.

ت) در واکنش (I)، سه ماده و در واکنش (II)، چهار ماده ضرایب استوکیومتری یکسان دارند.

۱) (الف)، (پ) و (ت) ۲) (ب)، (پ) و (ت) ۳) (پ) و (ت) ۴) (الف)، (ب) و (ت)

۸۸- اگر تعداد جفت‌الکترون‌های ناپیوندی گونه‌های ICl_2^+، N_2O، OF_2 و CH_2O به ترتیب برابر با a، b، c و d باشد، کدام رابطه درست است؟

۱) $a = c > b > d$ ۲) $a > c > d > b$ ۳) $a = b > c > d$ ۴) $c > a > d > b$

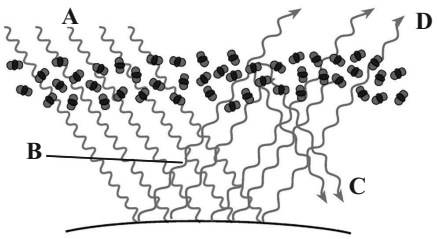
۸۹- چند مورد از عبارت‌های زیر جمله داده شده را به نادرستی کامل می‌کند؟ $(_6C, _7N, _8O, _{15}P, _{16}S, _{17}Cl)$

«در ساختار لوویس ....., نسبت ..... به ..... برابر .....است.»

- $COCl_2$ - شمار الکترون‌های پیوندی – شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی - $\frac{1}{2}$
- NO_2Cl - شمار پیوندهای دوگانه – شمار پیوندهای یگانه – ۱
- SO_2Cl_2 - شمار الکترون‌های پیوندی یا اشتراکی – شمارهٔ گروه اتم مرکزی– ۲

۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۹۰- با توجه به شکل، کدام گزینه درست است؟



۱) پرتوهای A، تنها دارای امواج فرابنفش هستند.

۲) با کاهش مقدار CO_2 در هواکره، اثر گلخانه‌ای تشدید می‌شود.

۳) امواج D نسبت به امواج C، دارای طول موج کمتری هستند.

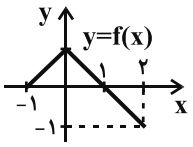
۴) وجود پدیدهٔ مشابه این فرایند در گلخانه، منجر به تغییرات جزئی دمای داخل گلخانه در روزهای زمستانی می‌شود.

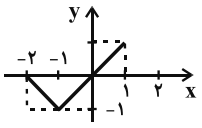
محل انجام محاسبات

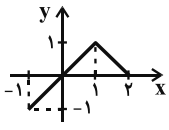
حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱ تا ۲۲ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

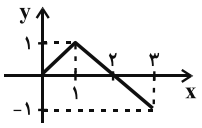
پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

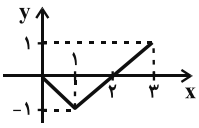
۹۱- اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، نمودار تابع $y=f(1-x)$ کدام است؟



۱)


۲)


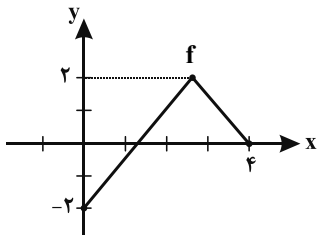
۳)


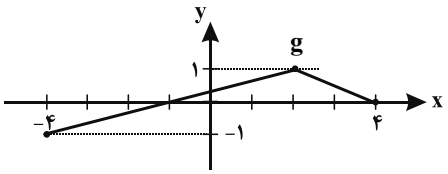
۴)


۹۲- نمودار تابع $f(x)=x^2-(m^2+3m)x+5m$ را یک واحد به راست انتقال می‌دهیم و سپس طول نقاط را بر ۴ تقسیم می‌کنیم. m کدام باشد تا مجموع صفرهای تابع جدید $\frac{3}{2}$ باشد؟

۱) ۱
۲) ۴-
۳) ۱ و ۴-
۴) چنین mای وجود ندارد.

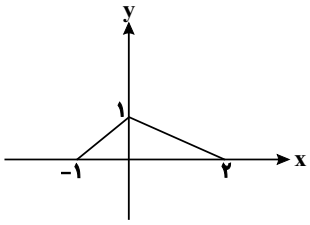
۹۳- با توجه به نمودارهای داده شده، اگر دامنه و برد دو تابع $y_1=\frac{1}{2}f(x+a)+1$ و $y_2=g(2x)+b$، دوبه‌دو با هم برابر باشند، حاصل $a+b$ کدام است؟





۱) ۲
۲) ۳
۳) ۲-
۴) ۳-

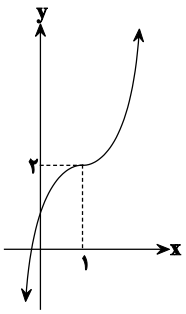
۹۴- شکل زیر مربوط به نمودار تابع $y=f(x)$ است. مساحت محدود به نمودار تابع $y=2f(\frac{x}{3})$ و محور xها کدام است؟



۱) ۱
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۹

محل انجام محاسبات

۹۵- نمودار تابع با ضابطهٔ $y=(x+a)^3-b$ به‌صورت روبه‌رو است. حاصل $a.b$ کدام است؟



۱) ۲

۲) -۲

۳) ۳

۴) -۳

۹۶- تابع $f(x)=3x^2+kx+3k^2$ روی بازهٔ $[-2,+\infty)$ صعودی است. حدود k کدام است؟

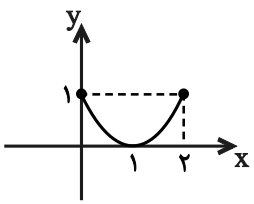
۱) $k\geq -12$

۲) $k\leq -12$

۳) $k\geq 12$

۴) $k\leq 12$

۹۷- نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت زیر است. تابع $y=f(f(x))$ با دامنهٔ $1\leq x\leq 2$ چگونه است؟



۱) صعودی

۲) نزولی

۳) ابتدا نزولی سپس صعودی

۴) ابتدا صعودی سپس نزولی

۹۸- اگر تابع $f(x)=\begin{cases}-3x+1 & ; \ x\geq 0\\ ax+a+4 & ; \ x<0\end{cases}$ روی تمام دامنه‌اش اکیداً نزولی باشد، مجموعه تمام مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) $\{a\leq 0\}$

۲) $\{-3\leq a\leq 0\}$

۳) $\{-3\leq a<0\}$

۴) $\{a<0\}$

۹۹- اگر تابع پیوستهٔ $y=f(x)$ با دامنهٔ $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی باشد و داشته باشیم: $f(3)=0$؛ دامنهٔ $g(x)=\sqrt[4]{(x-3)^2 f(2-x)}$ کدام است؟

۱) $(-1,+\infty)$

۲) $[3,+\infty)$

۳) $(3,+\infty)$

۴) $[-1,+\infty)$

۱۰۰- اگر چندجمله‌ای $f(x)=x^3+ax^2+bx-4$ بر $x-1$ بخش‌پذیر باشد و باقی‌مانده تقسیم آن بر $x+2$ برابر ۱۲- باشد، مقدار $f(-1)$ کدام است؟

۱) ۸-

۲) ۴-

۳) ۲-

۴) ۶-

محل انجام محاسبات

هندسه ۳- ماتریس و کاربردها (تا سر حل دستگاه معادلات): صفحه‌های ۹ تا ۲۳ وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- مجموع درایه‌های یک ماتریس اسکالر ۳×۳، برابر ۱ است. حاصل‌ضرب درایه‌های قطر اصلی این ماتریس کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲۷}$ ۲) ۸

۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) ۲۷

۱۰۲- اگر $A=\begin{bmatrix} x & y \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}$ و $A^۲=\begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}$ باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) $x=-y=-۱$ ۲) $x=y=-۱$

۳) $x=y=۱$ ۴) $x=-y=۱$

۱۰۳- اگر $A^{-۱}=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $A^۲$ کدام است؟

۱) ۲- ۲) صفر

۳) ۱ ۴) ۲

۱۰۴- دو ماتریس $A=[a_{ij}]_{۲\times ۲}$ با تعریف $a_{ij}=\begin{cases} ۲i-j, & i=j \\ j-i, & i\neq j \end{cases}$ و $B=\begin{bmatrix} a-۱ & -b \\ c+۱ & ۱ \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. اگر AB یک ماتریس اسکالر باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۲-

۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۵- چند ماتریس مربعی وارون‌پذیر مرتبهٔ ۲ وجود دارد که درایه‌های آنها فقط صفر و ۱ باشد؟

۱) ۱۶ ۲) ۲

۳) ۴ ۴) ۶

محل انجام محاسبات

۱۰۶- اگر $A=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$ باشد، آنگاه به‌ازای کدام مجموعهٔ مقادیر λ، ماتریس $I-\lambda A$ وارون‌پذیر است؟

۱) $\{1\}$

۲) $\mathbb{R}-\{1\}$

۳) $\mathbb{R}$

۴) $\varnothing$

۱۰۷- اگر $\begin{bmatrix}1 & 0\\ -1 & 3\end{bmatrix}=A$، $B=\begin{bmatrix}a & 1\\ 0 & 2\end{bmatrix}$ و $A^{-1}B=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}6 & 3\\ 2 & 3\end{bmatrix}$ باشد، a کدام است؟

۱) ۲

۲) ۱

۳) -۱

۴) -۲

۱۰۸- اگر ماتریس A وارون‌پذیر و $A=A^{-1}$ باشد، ماتریس $\left(A+A^{-1}\right)^2$ برابر کدام است؟

۱) I

۲) $2I$

۳) $3I$

۴) $4I$

۱۰۹- اگر $A=\begin{bmatrix}0 & 2 & 1\\ 1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 3\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}3 & -2 & -1\\ -1 & 1 & 1\\ 0 & -1 & 0\end{bmatrix}$ باشد، آنگاه حاصل $A^2+AB+3B$ کدام است؟

۱) $3I$

۲) $6I$

۳) $9I$

۴) $12I$

۱۱۰- اگر $A=\begin{bmatrix}3 & -7\\ 1 & -2\end{bmatrix}$، آنگاه A^{10} کدام است؟

۱) $-I$

۲) $-A$

۳) A

۴) A^2

محل انجام محاسبات

ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد (تا سر فعالیت): صفحه‌های ۱ تا ۲۲ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱۱- اگر حاصل‌ضرب ۳ عدد صحیح متوالی بر ۱۲ بخش‌پذیر باشد، آنگاه کدام نتیجهٔ زیر همواره درست است؟

۱) عدد وسط زوج است.
۲) عدد وسط فرد است.
۳) یکی از این ۳ عدد، مضرب ۶ است.
۴) یکی از این ۳ عدد، مضرب ۴ است.

۱۱۲- درستی کدام یک از گزاره‌های زیر با استفاده از مثال نقض رد می‌شود؟

۱) مربع هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳، در تقسیم بر ۳ باقی‌مانده‌ای برابر ۱ دارد.
۲) اگر n عددی طبیعی و n^2 مضرب ۸ باشد، آنگاه n مضرب ۴ است.
۳) به ازای هیچ دو عدد اول p و q، عدد $p+q$ اول نیست.
۴) عدد ۸ را نمی‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت.

۱۱۳- اگر $x^2+3x+2 \mid 0$ و $y^2+2y+3 \mid 0$، آن‌گاه برای x و y به‌ترتیب از راست به چپ، چند جواب صحیح وجود دارد؟

۱) ۲ و ۰
۲) ۰ و ۰
۳) ۲ و بی‌شمار
۴) بی‌شمار و ۰

۱۱۴- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a بر ۴ برابر ۳ باشد، در این صورت باقیماندهٔ تقسیم عدد $(3+2a)$ بر ۸ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۳
۳) ۵
۴) ۷

۱۱۵- در تقسیم عدد ۲۵۹ بر b، باقی‌مانده برابر ۳۱ است. چند مقدار طبیعی برای b وجود دارد؟

۱) ۵
۲) ۷
۳) ۹
۴) ۱۰

۱۱۶- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۲۳، باقی‌مانده ۷ برابر خارج قسمت است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۱۱۷- روی منحنی $y=\frac{4x-1}{x+3}$، چند نقطه با مختصات طبیعی وجود دارد؟

۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۱۱۸- هرگاه دو عدد $4a-1$ و $8a-5$ در یک دسته هم‌نهشتی به پیمانهٔ ۱۱ قرار داشته باشند، باقی‌ماندهٔ تقسیم a^2-3a+2 بر ۱۱ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۵
۳) ۷
۴) ۹

۱۱۹- باقی‌ماندهٔ 2^{71} بر ۳۱ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۲۹
۴) ۳۰

۱۲۰- از رابطهٔ همنهشتی $42y \overset{15}{\equiv} 24x$، کدام گزینه نتیجه نمی‌شود؟

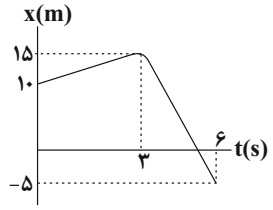
۱) $x \overset{5}{\equiv} 3y$
۲) $2x \overset{5}{\equiv} y$
۳) $3x \overset{5}{\equiv} 2y$
۴) $4x \overset{5}{\equiv} 7y$

محل انجام محاسبات

فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۲۸ وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- در نمودار مکان – زمان شکل زیر، جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک در شش ثانیهٔ اول حرکت، به‌ترتیب از راست به چپ، کدام‌اند؟



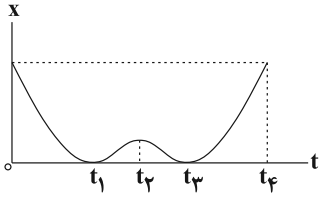
۱) ۲۰m,۱۵m

۲) ۲۵m,−۱۵m

۳) ۲۵m,۱۵m

۴) ۱۵m,−۱۵m

۱۲۲- متحرکی بر روی محور xها در حال حرکت است. با توجه به نمودار مکان – زمان این متحرک چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد حرکت این متحرک صحیح است؟



آ) بردار مکان متحرک دو بار تغییر جهت داده است.

ب) در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 متحرک در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند.

پ) سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_4 برابر صفر است.

ت) تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4 با بزرگی سرعت متوسط در این بازهٔ زمانی برابر نیست.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۳- متحرکی ۲ ثانیه با سرعت متوسطی به بزرگی $۲۵\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور xها در حال حرکت است. سپس به مدت t ثانیه با سرعت متوسطی به بزرگی $۱۲/۵\frac{m}{s}$، در خلاف جهت محور xها باز می‌گردد. اگر تندی متوسط حرکت متحرک در کل این مدت $۱۵\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در کل این مدت چند متر بر ثانیه است؟

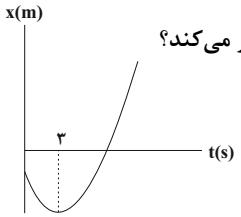
۱) ۲۵ ۲) ۱۵ ۳) ۵ ۴) $\frac{۲۵}{۳}$

۱۲۴- متحرکی با تندی ثابت $۵\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. اگر متحرک در لحظهٔ $t=۱۰s$ از مکان $x=-۲۰m$ عبور کند، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۴

محل انجام محاسبات

۱۲۵- نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور x ها با شتاب ثابت در حال حرکت است، مطابق سهمی شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظهٔ $t = 8s$، برابر با $20\frac{m}{s}$ باشد، جهت حرکت متحرک در چند متری مبدأ حرکت تغییر می‌کند؟



۱) ۶

۲) ۱۲

۳) ۱۸

۴) ۲۷

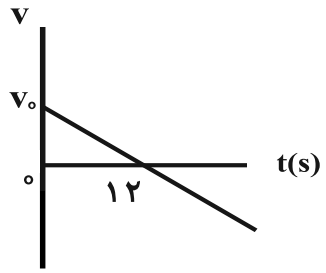
۱۲۶- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و پس از طی مسافت ۱۶ متر تندی آن به $12\frac{m}{s}$ می‌رسد، بزرگی شتاب حرکت متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{9}{2}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) ۹

۱۲۷- دو متحرک A و B با شتاب‌های ثابت $a_A > 0$ و $a_B > 0$ به‌ترتیب با تندی‌های اولیهٔ $v_A = 2\frac{m}{s}$ و $v_B = 6\frac{m}{s}$ در مبدأ زمان از مبدأ مکان و در جهت مثبت محور x عبور می‌کنند. اگر متحرک A در لحظهٔ $t = 12s$ از متحرک B سبقت بگیرد، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر در لحظهٔ $t = 24s$ چند متر است؟

۱) ۱۰۸ ۲) ۹۶ ۳) ۳۶ ۴) ۲۴

۱۲۸- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تا چه لحظه‌ای برحسب ثانیه از شروع حرکت، سرعت متوسط متحرک $\frac{1}{3}$ سرعت اولیهٔ آن می‌شود؟



۱) ۸

۲) ۱۲

۳) ۱۴

۴) ۱۶

۱۲۹- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از بالای ساختمانی رها می‌شود. اگر فاصلهٔ محل رها کردن گلوله تا بالا و پایین پنجره‌ای از ساختمان به ترتیب برابر با 5m و 6/05m باشد، مدت زمانی که گلوله از بالا تا پایین پنجره را طی می‌کند، چند ثانیه است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

۱) ۱ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۱

۱۳۰- در شرایط خلأ، دو گلوله از ارتفاع h از سطح زمین و با فاصلهٔ زمانی 2s رها می‌شوند. در طول مدت سقوط گلوله‌ها، اگر بیش‌ترین فاصلهٔ دو گلوله از یکدیگر 78/4m باشد، ارتفاع h چند متر است؟ $(g = 9/8\frac{m}{s^2})$

۱) ۲۴۵ ۲) ۱۲۲/۵ ۳) ۹۸/۴ ۴) ۱۷۶/۴

محل انجام محاسبات

فیزیک ۳- آشنا: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۲۸ وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- معادلهٔ مکان- زمان متحرکی روی خط راست در SI به صورت $x = ۲t^۲ - ۸t + ۱۲$ است. اگر در بازهٔ زمانی صفر تا t، سرعت متوسط متحرک صفر باشد، تندی متوسط متحرک در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۴

۳) ۶ ۴) صفر

۱۳۲- متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و معادلهٔ سرعت –زمان آن در SI به‌صورت $v = ۲t^۲ - ۴t - ۲$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیهٔ دوم چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۴

۳) ۶ ۴) ۸

۱۳۳- قطاری با سرعت ثابت $۷۲\,km/h$ به یک پل به طول ۲۰۰ متر نزدیک می‌شود. اگر ابتدای قطار در مبدأ زمان در فاصلهٔ ۵۰۰ متری از پل و انتهای قطار در لحظهٔ $t = ۲s$ در فاصلهٔ ۶۰۰ متری قبل از پل قرار داشته باشد قطار در طی چند ثانیه پس از $t = ۰$ به طور کامل از پل عبور می‌کند؟

۱) ۱۷ ۲) ۲۴

۳) ۲۶ ۴) ۴۲

۱۳۴- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید. اگر سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت برابر ۸ متر بر ثانیه باشد، سرعت آن در پایان ثانیهٔ پنجم چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۴

۳) ۱۶ ۴) ۲۰

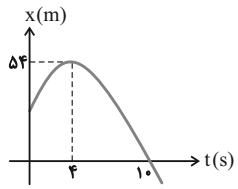
۱۳۵- اتومبیلی با سرعت $۹۰\,km/h$ در حرکت است. راننده ناگهان مانعی را در فاصلهٔ ۸۰ متری خود می‌بیند و ترمز می‌کند. اگر زمان تأخیر در واکنش راننده $۰/۴\,s$ باشد و اندازهٔ شتاب کند شدن اتومبیل در حین ترمز $۵\,m/s^۲$ باشد، اتومبیل:

۱) در ۷/۵ متری مانع می‌ایستد. ۲) به مانع برخورد می‌کند.

۳) در فاصلهٔ ۱۰ متری مانع می‌ایستد. ۴) در لحظهٔ رسیدن به مانع متوقف می شود.

محل انجام محاسبات

۱۳۶- شکل زیر نمودار مکان- زمان متحرکی را که با شتاب ثابت بر روی خط راست در حرکت است، نشان می‌دهد. سرعت اولیهٔ این متحرک چند متر بر ثانیه است؟



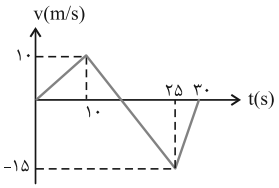
۱) ۸

۲) ۱۲

۳) ۲۴

۴) ۳۲

۱۳۷- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در مدتی که در سوی مخالف محور x جابه‌جا می‌شود، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲/۵

۲) ۷/۵

۳) ۱۰/۵

۴) ۱۲/۵

۱۳۸- دو متحرک از حال سکون با شتاب‌های $۲m/s^۲$ و $۸m/s^۲$ از نقطهٔ A در مسیر مستقیم به مقصد نقطهٔ B هم‌زمان به حرکت درمی‌آیند. اگر اختلاف زمانی رسیدن آن‌ها به مقصد ۳ ثانیه باشد، AB چند متر است؟

۱) ۳۶

۲) ۴۸

۳) ۵۴

۴) ۷۲

۱۳۹- جسمی در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه از ارتفاع h سقوط می‌کند و با سرعت v به زمین می‌رسد. اگر جسم با همان شرایط از ارتفاع $۲h$ سقوط کند، با سرعت چند v به زمین می‌رسد؟

۱) $\sqrt{۲}$

۲) ۲

۳) $۲\sqrt{۲}$

۴) ۴

۱۴۰- مقاومت هوا ناچیز است و گلوله‌ای از ارتفاع ۳۶۰ متری بدون سرعت اولیه سقوط می‌کند. اگر گلوله این مسیر را در ۳ بازهٔ زمانی مساوی و متوالی طی کرده باشد، مسافت‌های طی شدهٔ هر کدام به ترتیب چند متر است؟

۱) ۱۶۰،۹۰،۳۰

۲) ۱۲۰،۱۲۰،۱۲۰

۳) ۲۰۰،۱۲۰،۴۰

۴) ۱۸۰،۱۲۰،۶۰

محل انجام محاسبات

شیمی ۳– تاریخچه صابون + پاکیزگی محیط+ اسیدها و بازها+ رسانایی الکتریکی: صفحه‌های ۱ تا ۱۹ وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۴۱- کدام گزینه درست است؟

۱) پاک‌کننده‌های غیرصابونی همواره شامل یک بخش هیدروکربنی سیرنشده در ساختار خود هستند.

۲) از جمله پاک‌کننده‌های خورنده می‌توان به سدیم هیدروکسید، هیدروفلوئوریک‌اسید و سفیدکننده‌ها اشاره کرد.

۳) پاک‌کننده‌های صابونی همانند پاک‌کننده‌های غیرصابونی شامل یک بخش کاتیونی فلزی‌اند.

۴) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده، به آنها نمک‌های سولفات می‌افزایند.

۱۴۲- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

آ) اگر در آرایش الکترونی اتم عنصر M، ۱۲ الکترون با $l=1$ وجود داشته باشد، فرمول اکسید آن می‌تواند به‌صورت M_2O باشد و این اکسید، می‌تواند یک باز آرنیوس باشد.

ب) پیش از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های آنها، با برخی واکنش‌های آنها نیز آشنا بودند.

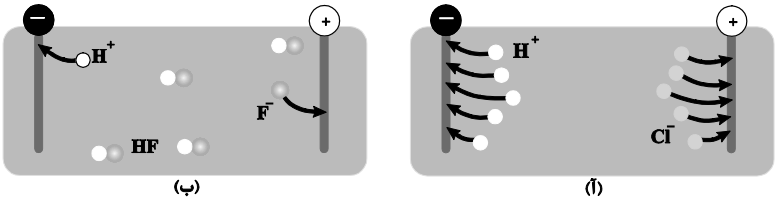
پ) به فرآیندی که در آن ترکیب یونی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند.

ت) در شرایط یکسان، نسبت شمار یون‌های هیدرونیوم به یون‌های فلوئورید در محلول HF کوچکتر از یک است.

ث) اگر در محلول ۰/۱ مولار استیک‌اسید، غلظت یون هیدرونیوم برابر $1/35\times10^{-3}\ mol.L^{-1}$ باشد، درصد یونش آن برابر ۱/۳۵ می‌باشد.

۱) (آ)، (ب) و (ث) ۲) (پ)، (ت) و (ث) ۳) (آ)، (ب) و (ت) ۴) (ب)، (ت) و (ث)

۱۴۳- مطابق شکل زیر، در دما و فشار یکسان، حجم‌های مساوی از گازهای هیدروژن کلرید و هیدروژن فلوئورید را در مقدار معینی آب حل کرده‌ایم. چند مورد از مطالب زیر در رابطه با آن‌ها درست است؟ (هر ذره را معادل ۰/۰۱ مول در نظر بگیرید.)



(آ) (ب)

- درصد یونش محلول هیدروفلوئوریک‌اسید برابر ۲۰ است.
- در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی محلول (ب) از محلول (آ) کمتر است.
- معادلهٔ یونش هیدروکلریک‌اسید در آب به‌صورت $HCl(aq) \rightleftharpoons H^+(aq)+Cl^-(aq)$ می‌باشد.
- درجهٔ یونش هیدروکلریک‌اسید، پنج برابر درجهٔ یونش هیدروفلوئوریک‌اسید است.
- غلظت مولی محلول هیدروکلریک‌اسید به تقریب ۱/۶۷ برابر هیدروفلوئوریک‌اسید است.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

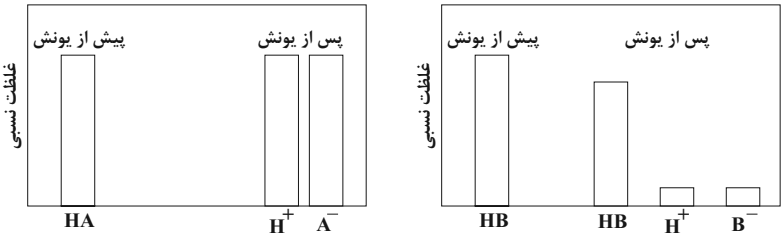
۱۴۴- چند مورد از مطالب زیر درست می‌باشند؟

- برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک می‌افزایند.
- در اثر انحلال یک مول دی‌نیتروژن پنتااکسید جامد در آب، ۲ مول یون تولید می‌شود.
- رسانایی الکترونی فقط در فلزها مشاهده می‌شود که رسانایی آنها به‌وسیلهٔ الکترون‌ها انجام می‌شود.
- در محلول ۰/۱ مولار استیک‌اسید که به میزان ۱/۳۵ درصد یونش می‌یابد، مجموع غلظت یون‌ها برابر با $2/70\times10^{-3}$ مول بر لیتر می‌باشد.

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۲

محل انجام محاسبات

۱۴۵- با توجه به نمودارهای زیر کدام مطلب دربارهٔ اسیدهای HA و HB درست است؟



۱) نمودار اسید HA می‌تواند مربوط به استیک اسید و نمودار اسید HB می‌تواند مربوط به نیتریک اسید باشد.

۲) اگر جرم یکسانی از اسیدهای HA و HB را در نیم لیتر آب حل کنیم، محلول HA همواره رسانایی الکتریکی بیش‌تری از محلول HB خواهد داشت.

۳) محلول اسید HA را می‌توان محلولی شامل یون‌های آب‌پوشیده دانست.

۴) در دما و غلظت یکسان، pH محلول HA از محلول HB بیش‌تر است و خاصیت اسیدی بیش‌تری دارد.

۱۴۶- $NHRR'$ یک باز آلی ضعیف است. ۱۱/۸ گرم از آن درون مقداری آب ریخته شده و پس از یونش، مجموع تعداد یون‌ها به $۴/۸۱۶\times۱۰^{۲۱}$ رسیده است. اگر درصد یونش آن ۲% باشد، R و R' کدام یک از موارد زیر، می‌توانند باشند؟

$(C=۱۲, H=۱, N=۱۴: g.mol^{-۱})$

۱) متیل و متیل ۲) اتیل و اتیل ۳) پروپیل و متیل ۴) اتیل و متیل

۱۴۷- کدام گزینه نادرست است؟

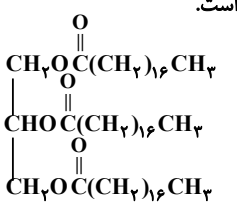
۱) وبا از جمله بیماری‌های واگیردار است که به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود.

۲) امید به زندگی شاخصی است که نشان می‌دهد انسان‌ها به‌طور میانگین چند سال در جهان زندگی می‌کنند.

۳) میزان امید به زندگی در نواحی توسعه‌یافته بیش‌تر از نواحی کم‌تر توسعه‌یافته است.

۴) در ۶۰ سال گذشته، پیشرفت شاخص امید به زندگی در نواحی برخوردار بیش‌تر از نواحی کم‌برخوردار بوده است.

۱۴۸- با توجه به ساختار روبه‌رو همهٔ عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز:



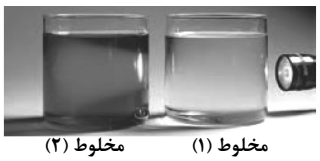
۱) فرمول مولکولی اسید سازندهٔ آن $C_{۱۸}H_{۳۶}O_۲$ است.

۲) در ساختار مولکول آن شش پیوند $C-O$ وجود دارد.

۳) از واکنش هر مول از آن با مقدار کافی سدیم هیدروکسید، ۳ مول صابون به‌دست می‌آید.

۴) بین مولکول‌های این ترکیب، همانند مولکول‌های $C_۴H_۹OH$، امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود دارد.

۱۴۹- با توجه به شکل مقابل چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟



الف) مخلوط‌های (۱) و (۲) هر دو همگن و پایدار هستند.

ب) رفتار مخلوط (۱) را می‌توان رفتاری بین محلول و سوسپانسیون در نظر گرفت.

پ) مخلوط شماره (۲) همانند شیر، ژله و سس مایونز جزء کلوئیدها است.

ت) مخلوط آب و روغن که با صابون پایدار شده از نظر اندازهٔ ذره‌های تشکیل دهنده همانند مخلوط (۱) است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۵۰- یک استر بلند زنجیر سه عاملی دارای ۶۰ اتم کربن است و تمام پیوندهای میان اتم‌های کربن در آن به‌صورت یگانه هستند. در این‌صورت، جرم مولی آن برابر ..... گرم بر مول است و در اثر واکنش این استر با سدیم هیدروکسید کافی، صابونی با فرمول مولکولی ..... تولید می‌شود. $(H=۱: g.mol^{-۱}, C=۱۲, O=۱۶)$

۱) ۸۹۰، $C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲Na$ ۲) ۹۳۲، $C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲Na$

۳) ۸۹۰، $C_{۱۷}H_{۳۵}COONa$ ۴) ۹۳۲، $C_{۱۷}H_{۳۵}COONa$

محل انجام محاسبات

دفترچه پاسخ

آزمون ۲۸ مرداد ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی پایه و حسابان ۲	محمدمصطفی ابراهیمی-عباس اسدی امیرآبادی-مهدی تک-ایمان چینی فروشان-عادل حسینی-امیرهوشنگ خمسه-مسعود درویشی فریدون ساعتی-یاسین سپهر-میلاد سجادی‌لاریجانی-علی شهرابی-سجاد عظمتی-حمید علیزاده-علی کردی-افشین گلستانی مجتبی مجاهدی-امیرمحمودیان-محمد مصطفی پور-زهرا ملایی-جهانبخش نیکنام-سهند ولی‌زاده-فهیمه ولی‌زاده
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-کاظم باقرزاده-علیرضا بهرمن-حسین حاجیلو-افشین خاصه‌خان-حسین خزایی-امیرهوشنگ خمسه-محمد خندان کیوان دارابی-سیدامیرستوده-شایان عباچی-رضا عباسی‌اصل-علی فتح‌آبادی-سیدسروش کریمی‌مداحی-محمدابراهیم گیتی‌زاده زویا محمدعلی‌پورقهرمانی‌نژاد-میلاد منصوری-محمدعلی نادرپور-مهدی نیک‌زاد-امیر وفائی-محمدرضا وکیل‌الرعایا
	آمارو احتمال وریاضیات گسسته	علی ایمانی-رضا پورحسینی-جواد حاتمی-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-یاسین سپهر-علیرضا طایفه‌تبریزی-عزیزاله علی‌اصغری فرشاد فرامرزی-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم‌علوی-سهام مجیدی‌پور-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-سروش موئینی-هومن نورائی
	فیزیک	زهرا احمدیان-خسرو ارغوانی فرد-معصومه افضلی-محمد اکبری-عبدالرضا امینی‌نسب-امیرحسین برادران-ناصر خوارزمی-محمدعلی راست‌پیمان زهره رامشینی-سپهر زاهدی-علیرضا سلیمانی-حامد شاهدانی-علی قائمی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-کاظم منشادی-سیدجلال میری حسین ناصحی-مجتبی نکوئیان-شادمان ویسی
	شیمی	مجتبی اسدزاده-احسان ایروانی-جعفر پازوکی-مسعود جعفری-امیر حاتمیان-مرتضی خوش کیش-حمید ذبحی-حسن رحمتی‌کوکنده فرزاد رضایی-امید رضوانی-سیدرضا رضوی-مرتضی زارعی-امیرمحمد سعیدی-رضا سلیمانی-مبینا شرافتی‌پور-رسول عابدینی‌زواره محمد عظیمیان‌زواره-علی علمداری-امیرحسین معروفی-حسین ناصری‌ثانی-اکبر هنرمند-عبدالرشید یلمه

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمارو احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی ارجمند	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم — مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳، ۰۲۱

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۳»** *(علی شهرابی)*

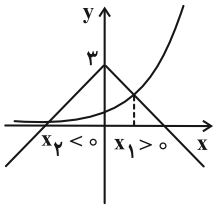
$$\left.\begin{matrix} m-۶>۰ \Rightarrow m>۶ \\ m-۶\neq ۱ \Rightarrow m\neq ۷ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\cap} m\in (۶,+\infty)-\{۷\}$$

پس m مقادیر طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ را نمی‌تواند بپذیرد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۲- **گزینهٔ «۲»** *(ایمان چینی‌فروشان)*

معادله را به شکل $۳^x = ۳-|x|$ می‌نویسیم. نمودار دو تابع $y=۳^x$ و $y=-|x|+۳$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم. محل برخورد دو تابع، جواب‌های معادلهٔ داده شده هستند.



(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۹)

۳- **گزینهٔ «۲»** *(عباس اسدی امیرآبادی)*

$$\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۱+b} = a^۱ \Rightarrow ۲^{(-۱-b)} = a$$

$$(۲,۲)\in f \Rightarrow ۲ = \left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲+b} \Rightarrow ۲^۱ = ۲^{(-۲-b)}$$

$$\Rightarrow -۲-b=۱ \Rightarrow b=-۳$$

$$۲^{-۱-b} = a \Rightarrow ۲^{-۱+۳} = a \Rightarrow ۲^۲ = a \Rightarrow a=۴$$

$$g(x) = ۴^x \Rightarrow ۶۴ = ۴^x \Rightarrow x=۳$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷۱ تا ۷۹)

۴- **گزینهٔ «۳»** *(فریدون ساعتی)*

$$۲^a = ۴۸ \Rightarrow ۲^a = ۲^۴ \times ۳ \xrightarrow{\div ۲^۴} ۲^{a-۴} = ۳ \quad (۱)$$

$$۳^b = ۷۲ \Rightarrow ۳^b = ۳^۲ \times ۲^۳ \xrightarrow{\div ۳^۲} ۳^{b-۲} = ۲^۳ \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow (۲^{a-۴})^{b-۲} = ۲^۳ \Rightarrow ۲^{(a-۴)(b-۲)} = ۲^۳$$

$$\Rightarrow (a-۴)(b-۲)=۳$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷۱ تا ۷۹)

۵- **گزینهٔ «۱»** *(علی کردی)*

دامنه تابع بازهٔ $\left(\frac{b}{۲},+\infty\right)$ است و با توجه به بازهٔ داده شده داریم:

$$\frac{b}{۲}=۳ \Rightarrow b=۶$$

بنابراین $f(x)=\log_{a-۱}(۲x-۶)$، داریم:

$$f(\frac{۱۵}{۲}) = \log_{a-۱}(۲(\frac{۱۵}{۲})-۶) = ۲ \Rightarrow \log_{a-۱}(۹)=۲$$

$$\Rightarrow (a-۱)^۲ = ۹ \Rightarrow \begin{cases} a-۱=۳ \Rightarrow a=۴ & \text{ق ق} \\ a-۱=-۳ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b=۱۰$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیرهوشنگ خمسه)*

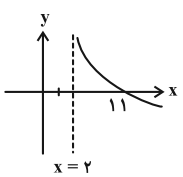
با توجه به داده‌های مسئله داریم:

$$\begin{cases} f(۵)=۱ \Rightarrow ۱ = a-\log_۳^{(۵-b)} \\ f(۱۱)=۰ \Rightarrow ۰ = a-\log_۳^{(۱۱-b)} \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق}} ۱ = \log_۳ \frac{۱۱-b}{۵-b}$$

$$\Rightarrow ۳ = \frac{۱۱-b}{۵-b} \Rightarrow ۱۵-۳b = ۱۱-b \Rightarrow b=۲$$

$$f(۵)=۱ \Rightarrow ۱ = a-\log_۳^۳ \Rightarrow a=۲$$

بنابراین تابع f به صورت $f(x)=۲-\log_۳^{(x-۲)}$ است و مطابق شکل زیر، نمودار آن از نواحی دوم و سوم عبور نمی‌کند.



(حسابان ۱- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

$$\log_{۱۸}^{۱۲}=\frac{\log_{۳}^{۱۲}}{\log_{۳}^{۱۸}}=\frac{\log_{۳}^{(۳^۲\times ۳)}}{\log_{۳}^{(۳^۲\times ۲)}}=\frac{۲\log_{۳}^{۲}+\log_{۳}^{۳}}{۲\log_{۳}^{۳}+\log_{۳}^{۲}}=\frac{۲a+۱}{۲+a}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۸- **گزینهٔ «۲»** *(سجاد عظمتی)*

می‌دانیم $\log_{۳}^{۳}=۱$ است. بنابراین به کمک $\log_{\sqrt{۳}}^{۳\sqrt{۳}}=\log_{۳^{\frac{۱}{۲}}}^{۳^{\frac{۳}{۲}}}=\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۲}}\log_{۳}^{۳}$

ویژگی‌های لگاریتم داریم:

$$(\log_{(x+۱)}^{۹})^{\log_{\sqrt{۳}}^{۳\sqrt{۳}}}=۸\Rightarrow(\log_{(x+۱)}^{۹})^{۳}=۸\Rightarrow\log_{(x+۱)}^{۹}=۲$$

$$\Rightarrow ۲\log_{(x+۱)}^{۳}=۲\Rightarrow\log_{(x+۱)}^{۳}=۱\Rightarrow x+۱=۳\Rightarrow x=۲$$

پس مقدار لگاریتم $(x^۲-۱)$ در پایهٔ ۳ برابر است با:

$$\log_{۳}^{(x^۲-۱)}=\log_{۳}^{(۲^۲-۱)}=\log_{۳}^{۳}=۱$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمد مصطفی‌پور)*

$$\frac{۱}{۴}x^۲-۲۵x+۲۵=۰\Rightarrow a+b=-\frac{-۲۵}{\frac{۱}{۴}}=۱۰۰\ ,\ ab=\frac{۲۵}{\frac{۱}{۴}}=۱۰۰$$

$$\log a+\log b+\log(a+b)=\log ab+\log(a+b)$$

$$=\log۱۰۰+\log۱۰۰=۲+۲=۴$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود درویشی)*

راه‌حل اول: قرار می‌دهیم $\log_{۲}x=\log_{y}۱۶=k$، بنابراین داریم:

$$\log_{۲}x=k\Rightarrow x=۲^k$$

$$\log_{y}۱۶=k\Rightarrow y^k=۱۶=۲^۴\Rightarrow y=۲^{\frac{۴}{k}}$$

با جای‌گذاری مقدارهای به‌دست آمده برای x و y در رابطهٔ $xy=۶۴$ داریم:

$$xy=۶۴\Rightarrow ۲^k\times ۲^{\frac{۴}{k}}=۲^۶\Rightarrow ۲^{k+\frac{۴}{k}}=۲^۶$$

$$\Rightarrow k+\frac{۴}{k}=۶\Rightarrow k^۲-۶k+۴=۰$$

با حل این معادله به جواب‌های $k=۳\pm\sqrt{۵}$ می‌رسیم. بنابراین:

$$(\log_{۲}\frac{x}{y})^۲=(\log_{۲}x-\log_{۲}y)^۲=(k-\frac{۴}{k})^۲$$

$$=(۳\pm\sqrt{۵}-\frac{۴}{۳\pm\sqrt{۵}})^۲=(۳\pm\sqrt{۵}-(۳\mp\sqrt{۵}))^۲=(\pm۲\sqrt{۵})^۲=۲۰$$

راه‌حل دوم:

$$\log_{۲}^{x}=\log_{y}^{۱۶}=\log_{y}^{۲^۴}=۴\log_{y}^{۲}=\frac{۴}{\log_{۲}^{y}}$$

$$\Rightarrow\log_{۲}^{x}\ .\ \log_{۲}^{y}=۴\qquad(۱)$$

$$xy=۶۴=۲^۶\Rightarrow\log_{۲}^{xy}=۶\Rightarrow\log_{۲}^{x}+\log_{۲}^{y}=۶$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}}(\log_{۲}^{x})^۲+۲\log_{۲}^{x}\ .\ \log_{۲}^{y}+(\log_{۲}^{y})^۲=۳۶$$

$$\xrightarrow{(۱)}(\log_{۲}^{x})^۲+(\log_{۲}^{y})^۲=۳۶-۸=۲۸\qquad(۲)$$

$$\left(\log_{۲}\frac{x}{y}\right)^۲=(\log_{۲}^{x}-\log_{۲}^{y})^۲$$

$$=(\log_{۲}^{x})^۲+(\log_{۲}^{y})^۲-۲\log_{۲}^{x}\ .\ \log_{۲}^{y}\ \overset{(۱)\ ,\ (۲)}{=\!=}\ ۲۸-۸=۲۰$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

هندسه ۲

۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

بازتاب، تبدیلی طولپا است، پس اندازهٔ زاویه را حفظ می‌کند. از طرفی تمام نقاط روی محور بازتاب، تحت بازتاب، ثابت می‌مانند، پس بازتاب نسبت به خط دارای بی‌شمار نقطهٔ ثابت است. ولی بازتاب نسبت به خط، لزوماً شیب خط را ثابت نگه نمی‌دارد.

(هندسهٔ ۲ – تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

تناظر M در واقع یک انتقال با بردار $(۲,۰)$ است. واضح است که انتقال با بردار غیرصفر، تبدیلی طولپا و فاقد نقطهٔ ثابت تبدیل است.

(هندسهٔ ۲ – تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

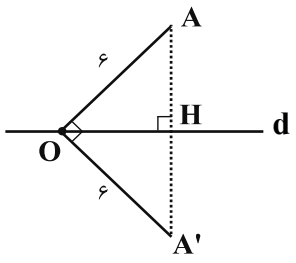
۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(رضا عباسی اصل)*

با توجه به تعریف بازتاب نقطه نسبت به خط، شکل گزینهٔ «۴» تصویر شکل داده شده نسبت به خط d می‌باشد و مثلث AOA' قائم‌الزاویه است.

(هندسهٔ ۲ – تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرهوشنگ خمسه)*

واضح است که زاویه AOH برابر ۴۵° است، در نتیجه زاویهٔ AOA' برابر ۹۰° خواهد بود.



مساحت این مثلث برابر است با:

$$S_{OAA'} = \frac{۶\times ۶}{۲} = ۱۸$$

(هندسهٔ ۲ – تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(شایان عباسی)*

انتقال تبدیلی طولپا است، پس شعاع دایره در انتقال تغییری نمی‌کند و $R' = ۳$ است. نقطهٔ O (مرکز دایرهٔ C) در این انتقال بر نقطهٔ O' (مرکز دایرهٔ C') تصویر می‌شود، پس طول خط‌المرکزین دو دایره برابر طول بردار انتقال است، یعنی $OO' = ۵$ بوده و در نتیجه داریم:

$$|R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow$$ **دو دایره متقاطع‌اند**

(هندسه ۲– تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

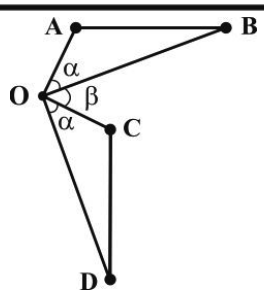
۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

انتقال ، همواره شیب خط را حفظ می‌کند، یعنی انتقال یافتهٔ یک خط، موازی با آن خط است. همچنین اگر محور بازتاب با یک خط موازی باشد، آنگاه تصویر خط تحت این بازتاب موازی با خط است. بنابراین چون دو خط AB و CD در ذوزنقهٔ $ABCD$ موازی یکدیگرند، پس بازتاب پاره‌خط AB نسبت به خط CD، موازی با AB خواهد بود. دوران تنها در حالتی شیب خط را حفظ می‌کند که زاویهٔ دوران مضربی از ۱۸۰° باشد. با توجه به این که زاویهٔ AOB قطعاً کم تر از ۱۸۰° است، پس تحت دوران به مرکز O و زاویهٔ AOB، قطعاً شیب خط تغییر می‌کند.

(هندسه ۲– تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(علی فتح آبادی)*

با فرض اینکه این دو پاره‌خط دوران یافتهٔ یکدیگر هستند، پس مرکز دوران روی عمود منصف پاره‌خط‌های واصل بین نقاط متناظر A و C و همچنین B و D می‌باشد. پس اگر O محل تلاقی عمود منصف‌های AC و BD باشد، داریم:



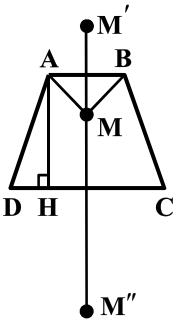
$$\begin{cases} OA = OC \\ OB = OD \end{cases} \xrightarrow{(ض‌ض‌ض)} \overset{\Delta}{OAB} \cong \overset{\Delta}{OCD} \Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{COD} = \alpha$$
$$AB = CD$$

با یک دوران به مرکز O و زاویهٔ $\alpha+\beta$ (در جهت ساعتگرد) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} A \to C \\ B \to D \end{cases}$$

(هندسهٔ ۲ – تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیر وفائی)*



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AH(AB+CD)$$
$$\Rightarrow 65 = \frac{1}{2}AH(4+6)$$
$$\Rightarrow AH = 13$$

می‌دانیم ترکیب دو بازتاب نسبت به دو خط موازی معادل یک انتقال با برداری به‌طول دو برابر فاصلهٔ این دو خط است، بنابراین داریم:

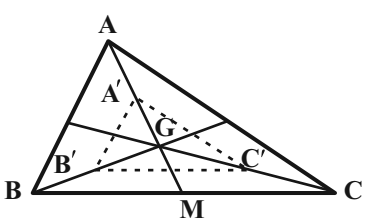
$$M'M'' = 2AH = 2\times 13 = 26$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ مشابه تمرین ۴ صفحهٔ ۴۴)

۱۹- **گزینهٔ «۱»** *(حسین حامیلو)*

فرض کنید نقطهٔ G محل تلاقی میانه‌های مثلث ABC باشد. می‌دانیم میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین داریم:

$$GA' = GA - AA' = \frac{2}{3}AM - \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3}AM$$



به‌طور مشابه $GB' = \frac{1}{3}BN$ است و داریم:

$$\overset{\Delta}{ABG}: \frac{GA'}{GA} = \frac{GB'}{GB} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}} A'B' \parallel AB$$

$$\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{A'B'}{AB} = \frac{GA'}{GA} = \frac{1}{2}$$

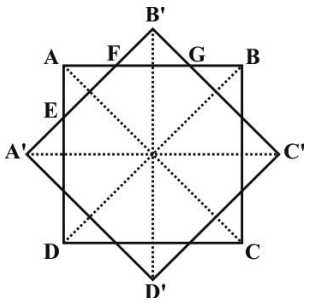
به‌طور مشابه $\frac{A'C'}{AC} = \frac{1}{2}$ و $\frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{2}$ است و در نتیجه دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند.

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(رضا عباسی اصل)*

محورهای تقارن مربع $ABCD$، مربع $A'B'C'D'$ و شکل نهایی (ستاره هشت‌پر) یکی هستند. پس هشت ضلعی محصور بین مربع و تصویر آن منتظم است.



با فرض $AE = AF = a$، داریم $EF = a\sqrt{2}$

در نتیجه:

$$BG = AF = a \quad و \quad FG = EF = a\sqrt{2}$$

$$AB = 2a + a\sqrt{2} \xrightarrow{AB=2+\sqrt{2}} 2a + a\sqrt{2} = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow a = 1$$

$$\text{(محصور)} \quad S = S_{ABCD} - 4S_{AEF} = \left(2+\sqrt{2}\right)^2 - 4\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times 1\right)$$

$$= 4 + 4\sqrt{2}$$

(هندسهٔ ۲ – تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

آمار و احتمال

۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(فرشاد فرامرزی)*

احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(\text{سیاه، سفید، سیاه}) + P(\text{سفید، سیاه، سفید})$$

$$= \frac{۶}{۹}\times\frac{۳}{۸}\times\frac{۵}{۷} + \frac{۳}{۹}\times\frac{۶}{۸}\times\frac{۲}{۷} = \frac{۵}{۲۸} + \frac{۱}{۱۴} = \frac{۷}{۲۸} = \frac{۱}{۴}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

فرض کنید تاس اول سفید و تاس دوم سیاه باشد. اگر پیشامدهای B و A به ترتیب به صورت «مجموع اعداد رو شدهٔ دو تاس کمتر از ۶ باشد» و «عدد تاس سفید از عدد تاس سیاه کمتر نباشد» تعریف شوند، آنگاه داریم:

$$B = \{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۲,۱),(۲,۲),(۲,۳),(۳,۱),(۳,۲),(۴,۱)\}$$

$$A \cap B = \{(۱,۱),(۲,۱),(۲,۲),(۳,۱),(۳,۲),(۴,۱)\}$$

$$P(A \mid B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۳}{۵}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

سکه: $P(\text{رو}) + P(\text{پشت}) = ۱ \xrightarrow{P(\text{رو})=۲P(\text{پشت})} \begin{cases} P(\text{رو}) = \frac{۲}{۳} \\ P(\text{پشت}) = \frac{۱}{۳} \end{cases}$

تاس: $P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۱$

$$\Rightarrow x + ۳x + ۳x + x + ۳x + x = ۱ \Rightarrow ۱۲x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۱۲}$$

$$\Rightarrow P(۶) = \frac{۱}{۱۲}$$

اگر A پیشامد آن باشد که سکه رو بیاید و B پیشامد آن باشد که تاس ۶ بیاید، آنگاه این دو پیشامد مستقل از یکدیگرند و داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

$$= \frac{۲}{۳} + \frac{۱}{۱۲} - \frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۱۲} = \frac{۲۴+۳-۲}{۳۶} = \frac{۲۵}{۳۶}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(سروش موئینی)*

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B-A)}{۱-P(A)} = \frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۳}{۸}$$

(آمار و احتمال – احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(یاسین سپهر)*

فضای نمونهٔ کاهش یافته، شامل حالت‌هایی است که مجموع دو عدد طبیعی یک رقمی، زوج باشد، یعنی یا هردو فرد باشند و یا هردو زوج. داریم:

$$n(S) = \binom{۵}{۲} + \binom{۴}{۲} = ۱۰ + ۶ = ۱۶$$

حالت مورد نظر آن است که هر دو عدد، فرد باشند. داریم:

$$n(A) = \binom{۵}{۲} = ۱۰ \Rightarrow P(A) = \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{۵}{۸}$$

(آمار و احتمال – احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۶- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

$$P\left(\begin{matrix}\text{غیر}\\ \text{همرنگ}\end{matrix}\right)=P\left(\begin{matrix}\text{اولی}\\ \text{سفید}\end{matrix}\right).P\left(\begin{matrix}\text{دومی}\\ \text{غیر سفید}\end{matrix}\right)+P\left(\begin{matrix}\text{اولی}\\ \text{سیاه}\end{matrix}\right).P\left(\begin{matrix}\text{دومی}\\ \text{غیرسیاه}\end{matrix}\right)$$

$$=\frac{5}{15}\times\frac{8}{15}+\frac{10}{15}\times\frac{10}{15}=\frac{140}{225}=\frac{28}{45}$$

(آمار و احتمال – احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی خویی‌علوی)*

برای انتخاب ۳ مهره از جعبهٔ A دو حالت داریم:

الف) هر سه مهره قرمز باشند.

ب) ۲ مهره قرمز و ۱ مهره سفید باشد.

احتمال آن‌که دو مهرهٔ خارج‌شده از جعبهٔ B قرمز باشند به تفکیک حالت‌های «الف» و «ب» عبارت‌اند از:

$$\text{(الف)}\quad \frac{\binom{3}{3}}{\binom{4}{3}}\times\frac{\binom{4}{2}}{\binom{5}{2}}=\frac{1}{4}\times\frac{6}{10}=\frac{6}{40}$$

$$\text{(ب)}\quad \frac{\binom{3}{2}\times\binom{1}{1}}{\binom{4}{3}}\times\frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}}=\frac{3\times1}{4}\times\frac{3}{10}=\frac{9}{40}$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\frac{6}{40}+\frac{9}{40}=\frac{6+9}{40}=\frac{15}{40}=\frac{3}{8}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۲۸- **گزینهٔ «۱»** *(فرشاد فرامرزی)*

با استفاده از قاعدهٔ بیز داریم:

$$P(\text{ظرف اول}\mid\text{سفید بودن})=\frac{P(\text{ظرف اول})\times P(\text{سفید بودن}\mid\text{ظرف اول})}{P(\text{سفید بودن})}$$

$$=\frac{\frac{2}{5}\times\frac{3}{7}}{\frac{2}{5}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{5}\times\frac{5}{7}}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۶)

۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(عزیزاله علی‌اصغری)*

$$P(B-A)=P(B\cap A')=P(B)P(A')$$

$$\Rightarrow P(B)P(A')=0/2 \qquad (1)$$

$$P(A\cap B)=P(A)P(B)\Rightarrow P(A)P(B)=0/3 \qquad (2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow\frac{\cancel{P(B)}P(A')}{\cancel{P(B)}P(A)}=\frac{0/2}{0/3}\Rightarrow\frac{1-P(A)}{P(A)}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 2P(A)=3-3P(A)\Rightarrow P(A)=\frac{3}{5}=0/6\xrightarrow{(2)}P(B)=0/5$$

$$P(A'\cap B')=P(A')\times P(B')=0/4\times0/5=0/2$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(سروش موئینی)*

احتمال درست پاسخ دادن به‌طور تصادفی به یک تست سه گزینه‌ای $\frac{1}{3}$ است، پس $p=\frac{1}{3}$ و $1-p=\frac{2}{3}$ است. اگر پیشامد پاسخ صحیح دادن به حداقل دو سؤال را A بنامیم، آنگاه داریم:

$$P(A)=\binom{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^1+\binom{3}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^0=\frac{2}{9}+\frac{1}{27}=\frac{7}{27}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

فیزیک ۲

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمد اکبری)*

کیلووات - ساعت و آمپر - ساعت به‌ترتیب نشان‌دهندهٔ یکای کمیت‌های انرژی و بار الکتریکی هستند. $P=\frac{W}{t}\Rightarrow [W]=[P][t]\Rightarrow [W]\equiv kW.h$

$I=\frac{Q}{t}\Rightarrow [Q]=[I][t]\Rightarrow [Q]\equiv A.h$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(حسین ناصحی)*

اختلاف پتانسیل دو سر مولد از رابطهٔ $V=\varepsilon-rI$ به‌دست می‌آید. از طرفی جریان مدار برابر است با $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$. حال از ترکیب این دو رابطه داریم:

$$V=\varepsilon-r\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{\varepsilon R}{R+r}$$

حال در دو حالت داریم:

$$۱/۵=\frac{\varepsilon\times(۱)}{۱+r}\Rightarrow \varepsilon-۱/۵r=۱/۵\quad (۱)$$

$$۲=\frac{\varepsilon\times(۲)}{۲+r}\Rightarrow \varepsilon-r=۲\quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)}\begin{cases}\varepsilon-۱/۵r=۱/۵\\ \varepsilon-r=۲\end{cases}\Rightarrow r=۱\Omega\ ,\ \varepsilon=۳V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(حسین مفرومی)*

ابتدا از روی نمودار ε و $\frac{\varepsilon}{r}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\varepsilon=۲۰V\\ \frac{\varepsilon}{r}=۴۰A\end{cases}\Rightarrow r=۰/۵\Omega\ ,\ \varepsilon=۲۰V$$

$P_{\text{اتلافی}}=I^۲r\Rightarrow ۲۰۰=I^۲\times ۰/۵\Rightarrow I=۲۰A$: توان تلف شده در مقاومت درونی

$P_{\text{خروجی}}=\varepsilon I-rI^۲=۲۰\times ۲۰-۰/۵\times ۲۰^۲$: توان خروجی مولد

$\Rightarrow P_{\text{خروجی}}=۴۰۰-۲۰۰=۲۰۰W$

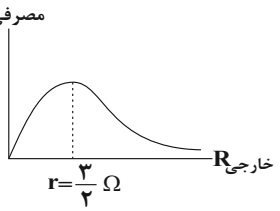
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین برادران)*

با توجه به رابطهٔ اختلاف پتانسیل دو سر مولد، با افزایش جریان عبوری اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد.

$$V=\varepsilon-rI\Rightarrow r=-\frac{\Delta V}{\Delta I}\xrightarrow[\Delta V=-۶V]{\Delta I=۴A} r=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}\Omega$$

مطابق نمودار زیر با کاهش مقاومت رئوستا از ۴Ω به ۲Ω، توان مصرفی مدار به‌طور پیوسته افزایش می‌یابد.



(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(معصومه افضلی)*

با بستن کلید k دو مقاومت R موازی شده و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

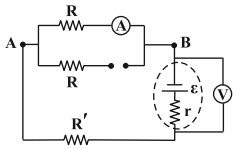
کلید باز : $R_{eq}=R+R'$

کلید بسته : $R_{eq}=\frac{R}{۲}+R'$

در نتیجه جریان عبوری از باتری با بسته شدن کلید افزایش می‌یابد.

$$\uparrow I_t=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری با افزایش جریان، کاهش می‌یابد.



$$\downarrow V=\varepsilon-\uparrow I_t r$$

اختلاف پتانسیل دو نقطهٔ A و B : $|V_A-V_B|=(\varepsilon-I_t r)-I_t R'$

با افزایش جریان کل اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B کاهش یافته است.

$$\downarrow |V_A-V_B|=\downarrow IR$$

با کاهش V_A-V_B جریان عبوری از مقاومت R و آمپرسنج نیز کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(حسین مفرومی)*

با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R_{eq}}$، توان مصرفی را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

در حالت موازی : $R_{eq}=\frac{R}{۲}\Rightarrow P=۲\frac{V^۲}{R}$

در حالت متوالی : $R_{eq}=۲R\Rightarrow P'=\frac{V^۲}{۲R}$

$$\Rightarrow \frac{P'}{P}=\frac{۱}{۴}$$

(فیزیک۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

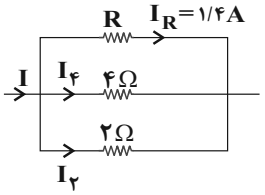
۳۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین برادران)*

ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه را به‌دست می‌آوریم:

$$U = Pt \xrightarrow{P=VI} U = VIt \xrightarrow[I=۱/۴A,\ U=۳/۷۸kJ=۳۷۸۰J]{t=۱۵min=۱۵\times۶۰s}$$

$$۳۷۸۰ = V\times ۱/۴\times ۱۵\times ۶۰ \Rightarrow V = \frac{۳۷۸۰}{۱/۴\times ۱۵\times ۶۰} = ۳V$$

اکنون با استفاده از قانون اُهم، جریان عبوری از مقاومت‌های ۴Ω و ۲Ω را محاسبه می‌کنیم.



$$I_۴ = \frac{۳}{۴}A = ۰/۷۵A$$

$$I_۲ = \frac{۳}{۲}A = ۱/۵A$$

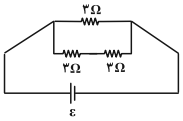
$$I = I_R + I_۲ + I_۴ \xrightarrow[I_۲=۱/۵A,\ I_۴=۰/۷۵A]{I_R=۱/۴A}$$

$$I = ۱/۴ + ۱/۵ + ۰/۷۵ = ۳/۶۵A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(سپهر زاهدی)*

دو مقاومت در مدار اتصال کوتاه می‌شود:



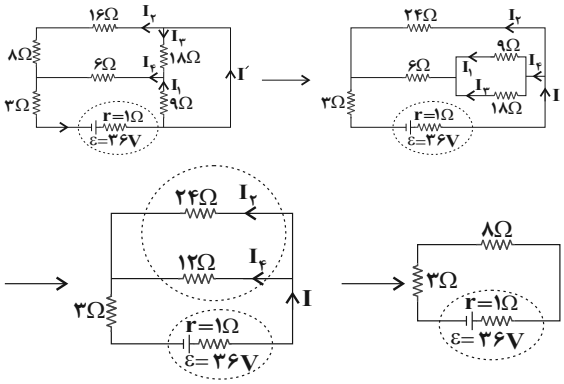
$$R_{eq} = ۳+۳ = ۶\Omega$$

$$\Rightarrow R'_{eq} = \frac{۳\times ۶}{۳+۶} = ۲\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

ابتدا مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم تا متوالی یا موازی بودن اجزای مدار را تشخیص دهیم:



$$\Rightarrow R_{eq} = ۱۱\Omega, I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I = \frac{۳۶}{۱۱+۱} = ۳A$$

وقتی دو مقاومت به‌طور موازی به یکدیگر وصل شوند، نسبت شدت جریان آن‌ها برابر نسبت وارون مقاومت آن‌ها است. پس:

$$\frac{I_۴}{I_۲} = \frac{۲۴}{۱۲} = ۲ \Rightarrow \begin{cases} I_۲ = ۱A \\ I_۴ = ۲A \end{cases}$$

$$I = I_۲ + I_۴ = ۳A$$

سهم هر کدام از مقاومت‌های ۹Ω و ۱۸Ω را از جریان $I_۴$ به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{I_۱}{I_۳} = \frac{۱۸}{۹} = ۲ \xrightarrow{I_۴=I_۱+I_۳=۲A} \begin{cases} I_۱ = \frac{۴}{۳}A \\ I_۳ = \frac{۲}{۳}A \end{cases}$$

و در نهایت جریان I' را به‌دست می‌آوریم:

$$I = I_۱ + I' \Rightarrow ۳ = \frac{۴}{۳} + I' \Rightarrow I' = \frac{۵}{۳}A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(محمد اکبری)*

با توجه به نحوهٔ قرارگیری مولد، جریانی ساعتگرد در مدار برقرار می‌باشد که به نسبت عکس مقاومت هر شاخه توزیع می‌شود. با توجه به جهت قرار گرفتن دیود $D_۲$، جریانی از این شاخه، عبور نمی‌کند، بنابراین $I_۲ = ۰$ است.

برای به‌دست آوردن جریان عبوری کل، ابتدا مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم:

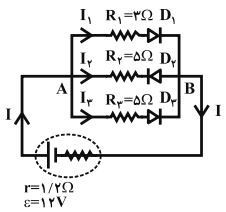
$$R_۱ + R_{D_۱} = ۳+۱ = ۴\Omega$$

$$R_۳ + R_{D_۳} = ۵+۱ = ۶\Omega$$

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۶} = \frac{۵}{۱۲} \Rightarrow R_{eq} = \frac{۱۲}{۵}\Omega$$

بنابراین:

$$I = \frac{۱۲}{\frac{۱۲}{۵} + ۱/۲} = \frac{۱۰}{۳}A$$



می‌دانیم که اختلاف ولتاژ نقاط A و B در هر سه شاخه یکسان است.

$$I\times(R_{eq}) = I_۱\times(R_۱ + R_{D_۱}) = I_۳(R_۳ + R_{D_۳})$$

$$\frac{۱۰}{۳}\times\frac{۱۲}{۵} = I_۱\times(۳+۱) \Rightarrow I_۱ = ۲A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

شیمی ۲

۴۱- **گزینهٔ «۱»** *(احسان ایروانی)*

گرما از ویژگی‌های یک نمونه ماده نیست و دما نیز مستقل از جرم ماده بوده و قابل اندازه‌گیری است. یکای دما در سیستم «SI» کلوین (K) است ولی یکای رایج آن درجهٔ سلسیوس ($^\circ C$) می‌باشد. چون انرژی گرمایی مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازندهٔ یک ماده است، دو ظرف آب با دما و جرم متفاوت می‌توانند انرژی گرمایی یکسانی داشته باشند.

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۸)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(رضا سلیمانی)*

میانگین انرژی جنبشی ذرات (دما) و ظرفیت گرمایی ویژه با افزایش مقدار ماده ثابت، ولی ظرفیت گرمایی افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هیچ‌گاه توزیع انرژی بین همهٔ ذرات سازنده یک ماده، یکسان نیست و همیشه میان آن‌ها اختلاف وجود دارد. به همین دلیل است که از واژهٔ میانگین در بیان انرژی جنبشی استفاده می‌شود.

گزینهٔ «۲»: اشاره به گرمای یک نمونه ماده از نظر علمی نادرست است.

گزینهٔ «۴»: هنگام هم‌دما شدن نمونهٔ A با دمای اتاق، تغییر دمای فرآیند مقداری منفی است. همچنین، انرژی گرمایی نمونه نیز کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(امید رضوانی)*

هرگاه دو جسم با دو دمای مختلف در تماس با یکدیگر قرار گیرند، مقدار گرمایی که جسم داغ از دست می‌دهد برابر مقدار گرمایی است که جسم سرد دریافت می‌کند تا در نهایت دمای دو جسم برابر شود.

مجموع گرمایی که ظرف آهنی داغ از دست می‌دهد و گرمایی که آب درون ظرف دریافت می‌کند برابر صفر است.

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{آهن}} = 0$$

$$(m_{\text{آب}} \times c_{\text{آب}} \times \Delta\theta_{\text{آب}}) + (m_{\text{آهن}} \times c_{\text{آهن}} \times \Delta\theta_{\text{آهن}}) = 0$$

$$2000g \times 10c_{\text{آهن}} \times (\theta - 20) + 1000g \times c_{\text{آهن}} \times (\theta - 125) = 0$$

$$\Rightarrow 2 \times 10(\theta - 20) + (\theta - 125) = 0 \Rightarrow 21\theta - 525 - 0 \Rightarrow \theta = 25^\circ C$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** *(اکبر هنرمند)*

در واکنش (I)، به ازای مصرف x مول $NaHCO_3$، $\frac{x}{2}$ مول CO_2 و $\frac{x}{2}$ مول H_2O و در واکنش (II)، به ازای مصرف y مول $CaCO_3$، y مول CO_2 تولید می‌شود. بنابراین:

$$n_{H_2O} = \frac{x}{2} \qquad n_{CO_2} = \frac{x}{2} + y$$

با توجه به گرمای داده شده به فراورده‌ها، می‌توان مول هر فراورده را به‌دست آورد:

$$m_{H_2O} = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{2160}{2 \times 10} = 108g$$

$$n_{H_2O} = 108gH_2O \times \frac{1molH_2O}{18gH_2O} = 6mol \Rightarrow x = 12$$

$$m_{CO_2} = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{4224}{0/8 \times 15} = 352g$$

$$n_{CO_2} = 352gCO_2 \times \frac{1molCO_2}{44gCO_2} = 8mol \Rightarrow y = 2$$

حالا می‌توان جرم مخلوط را محاسبه نمود:

$$\text{جرم مخلوط} = (\underbrace{12 \times 84}_{NaHCO_3}) + (\underbrace{2 \times 100}_{CaCO_3}) = 1208g$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۸)

۴۵- **گزینهٔ «۱»** *(رضا سلیمانی)*

فقط مورد (ب) درست است.

در مورد آ) معادلهٔ واکنش تشکیل آب مایع و بخار آب را از عناصر سازنده‌اش در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l) + Q_1 \\ 2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g) + Q_2 \end{cases}$$

با توجه به اینکه واکنش‌دهنده‌ها یکسان هستند، سطح انرژی آن‌ها با هم برابر است، اما سطح انرژی $H_2O(g)$ بیشتر از $H_2O(l)$ است. درنتیجه گرمای کم‌تری به‌ازای تولید یک مول آب در حالت بخار آزاد می‌شود.

در مورد پ) تبخیر آب فرایندی گرماگیر است اما تشکیل دی‌نیتروژن تترااکسید (N_2O_4) از اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن (NO_2)، گرماده است.

$$H_2O(l) + Q \rightarrow H_2O(g)$$

$$2NO_2(g) \rightarrow N_2O_4(g) + Q$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸، ۵۹، ۶۳ تا ۶۵)

۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(رضا سلیمانی)*

اندازه آنتالپی سوختن $C_3H_6 > C_3H_4 > C_2H_6 > C_2H_4 > C_2H_2 > CH_4$؛

ارزش سوختی $CH_4 > C_2H_6 > C_2H_4 > C_2H_2 > C_3H_6 > C_3H_4$؛

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: معادلهٔ واکنش آنتالپی سوختن اتان به ازای یک مول نوشته می‌شود.

گزینهٔ «۳»: در فرایند برگشت‌پذیر $N_2O_4(g) \rightleftarrows 2NO_2(g)$، واکنش در جهت تولید NO_2 گرماگیر است و چون هشت‌تایی نمی‌شود، پایداری کمتری دارد و قهوه‌ای‌رنگ است.

گزینهٔ «۴»: آنتالپی پیوند مقدار گرمایی است که به‌ازای شکسته شدن یک مول پیوند در حالت گازی و تبدیل آن به اتم‌های گازی مصرف می‌شود ولی در واکنش $C_2H_2(g) \rightarrow 2C(g) + 2H(g)$ بیش از یک مول پیوند شکسته شده است.

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷، ۷۰ و ۷۱)

۴۷- **گزینهٔ «۱»** *(علی علمداری)*

براساس اعداد داده شده آنتالپی واکنش‌های زیر را به‌دست می‌آوریم:

$$1)\ 2CH_3OH(l) + 3O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g) + 4H_2O(l) \Delta H = -1430kJ$$

$$2)\ 2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g) \quad \Delta H = -566kJ$$

$$?kJ = 180gH_2O \times \frac{1molH_2O}{18gH_2O} \times \frac{1430kJ}{4molH_2O} = 3575kJ$$

انرژی واکنش (۲) = انرژی واکنش (۱) − انرژی کل

$$6405kJ - 3575kJ = 2830kJ$$

$$?molCO = 2830kJ \times \frac{2molCO}{566kJ} = 10molCO$$

$$?molCH_3OH = 180g\ H_2O \times \frac{1molH_2O}{18gH_2O} \times \frac{2molCH_3OH}{4molH_2O}$$

$$= 5molCH_3OH$$

$$?CO \text{ درصد مولی} = \frac{10mol\ CO}{15mol} \times 100 \simeq 66/67\%$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(حمید زیفی)*

موارد اول و دوم درست هستند.

فرمول مولکولی ترکیب $C_8H_{11}NO_2$ است. بررسی موارد:

مورد اول: دارای ۱۱ اتم H و ۱۰ الکترون ناپیوندی است.

مورد دوم:

$$\frac{\text{درصدجرمی C}}{\text{درصدجرمی O}} = \frac{\frac{8\times12}{\text{جرم‌مولی}}}{\frac{2\times16}{\text{جرم‌مولی}}} = 3$$

مورد سوم: ترکیبی آروماتیک بوده و فاقد گروه عاملی آلدهیدی است.

مورد چهارم: دارای ۲۵ جفت‌الکترون پیوندی است.

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمحمّد سعیری)*

$$60g\begin{cases} \text{چربی}: \frac{8}{100}\times600 = 48g \\ \text{کربوهیدرات}: \frac{15}{100}\times600 = 90g \\ \text{پروتئین}: \frac{9}{100}\times600 = 54g \end{cases}$$

$$?kJ = (48g\ \text{چربی} \times \frac{38kJ}{1g\ \text{چربی}}) + (90g\ \text{کربوهیدرات} \times \frac{17kJ}{1g\ \text{کربوهیدرات}}) + (54g\ \text{پروتئین} \times \frac{17kJ}{1g\ \text{پروتئین}})$$

$$= 1824 + 1530 + 918 = 4272kJ$$

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\text{مقدار کل انرژی آزادشده (kJ)}}{\text{جرم نمونه (g)}} = \frac{4272}{600}$$

$$= 7/12kJ.g^{-1}$$

$$?h\ \text{تمرین} = 4272kJ \times \frac{1kcal}{4/18kJ} \times \frac{1h\ \text{تمرین}}{106/8kcal} \simeq 9/6h$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۵۰- **گزینهٔ «۱»** *(خارج از کشور تجربی ۱۴۰۰)*

برای محاسبهٔ ΔH واکنش موردنظر، ضرایب واکنش اول را بدون تغییر جهت معادله در ۳ ضرب می‌کنیم، واکنش دوم را معکوس کرده و ضرایب آن را نصف می‌کنیم و ضریب‌های واکنش سوم را بدون تغییر جهت در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم:

$$\Delta H = 3\Delta H_1 + (\frac{-1}{2})\Delta H_2 + \frac{1}{2}\Delta H_3$$

$$= 3(-184/6) + \frac{1374}{2} - \frac{493/4}{2}$$

$$\Delta H = -113/5kJ$$

$$?molBCl_3 = 45/4kJ \times \frac{1molBCl_3}{113/5kJ} = 0/4molBCl_3$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

ریاضی ۱

۵۱- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی مباهری)*

عبارت‌های $(x^۲-۵)^{۲۰}$ و $(x^۲-y^۲+۱۱)^{۱۲}$ چون دارای توان‌های زوج هستند، پس حاصل آن‌ها عددی مثبت یا صفر است. اما چون جمع آن‌ها صفر شده است پس هر عبارت باید صفر باشد.

$$\Rightarrow (x^۲-۵)^{۲۰}=۰ \xrightarrow{\text{ریشه ۲۰ام}} x^۲-۵=۰ \Rightarrow x^۲=۵$$

$x^۲=۵$ را در عبارت دیگر قرار می‌دهیم تا y به دست آید.

$$(x^۲-y^۲+۱۱)^{۱۲}=۰ \xrightarrow{x^۲=۵} (۵-y^۲+۱۱)^{۱۲}=۰$$

$$\Rightarrow ۵-y^۲+۱۱=۰ \Rightarrow -y^۲+۱۶=۰ \Rightarrow y^۲=۱۶ \Rightarrow y=\pm\sqrt{۱۶}$$

$y=\pm ۴$، پس گزینهٔ «۳» می‌تواند درست باشد.

(ریاضی۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۲- **گزینهٔ «۱»** *(مجتبی مباهری)*

ضلع مربع را با x نشان می‌دهیم. پس:

$$\begin{cases} \text{مساحت مربع} = x^۲ \\ \text{محیط مربع} = ۴x \end{cases} \xrightarrow[\text{از اندازه محیط بیش‌تر است}]{\text{اندازه مساحت ۵ واحد}} x^۲ = ۴x+۵$$

$$\Rightarrow x^۲-۴x-۵=۰$$

عبارت $x^۲-۴x-۵$ را تجزیه می‌کنیم:

$$x^۲-۴x-۵=(x-۵)(x+۱)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x-۵=۰ \Rightarrow x=۵ \\ x+۱=۰ \Rightarrow x=-۱ \end{cases}$$

$x=-۱$ قابل قبول نیست، چون طول ضلع مربع نمی‌تواند منفی باشد. پس فقط $x=۵$ قابل قبول است؛ یعنی فقط یک مربع وجود دارد.

(ریاضی۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(زهرا ملایی)*

$$\Delta_۱=۱+۸k<۰ \Rightarrow k<-\frac{۱}{۸} \Rightarrow k\in(-\infty,-\frac{۱}{۸}) \quad (۱)$$

$$\Delta_۲=۹-۴(k+۲)\times ۱=۹-۸-۴k=۱-۴k>۰$$

$$\Rightarrow k<\frac{۱}{۴} \Rightarrow k\in(-\infty,\frac{۱}{۴}) \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} (-\infty,\frac{۱}{۴})\cap(-\infty,-\frac{۱}{۸})=(-\infty,-\frac{۱}{۸})$$

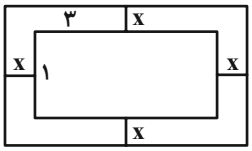
از طرفی باید $k+۲\neq ۰$ باشد تا معادلهٔ دوم، دو جواب داشته باشد، پس:

$$k\in(-\infty,-\frac{۱}{۸})-\{-۲\}$$

(ریاضی۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۴- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

شکل مسئله به صورت زیر است:



$$\text{طول سفره: } ۳+۲x \\ \text{عرض سفره: } ۱+۲x \Rightarrow \text{مساحت سفره} = (۳+۲x)(۱+۲x)=۳/۸۴$$

$$\Rightarrow ۴x^۲+۸x-۰/۸۴=۰$$

$$\Rightarrow x^۲+۲x-۰/۲۱=۰$$

$x=۰/۱\text{m}$ در معادلهٔ بالا صدق می‌کند، پس $x=۱۰\text{cm}$ است.

(ریاضی۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

برای این که سهمی به معادلهٔ $y=ax^۲+bx+c$، بالای محور xها باشد باید $\Delta<۰$ و $a>۰$ باشد؛ یعنی:

$$\Delta<۰ \Rightarrow b^۲-۴ac<۰ \Rightarrow (۲m)^۲-۴(m+۲)(۱)<۰$$

$$\Rightarrow ۴m^۲-۴(m+۲)<۰ \Rightarrow ۴(m^۲-m-۲)<۰ \Rightarrow m^۲-m-۲<۰$$

$$\Rightarrow -۱<m<۲ \quad (I)$$

$$a>۰ \Rightarrow m+۲>۰ \Rightarrow m>-۲ \ (II) \xrightarrow{(I)\cap(II)} m\in(-۱,۲)$$

این بازه شامل ۲ عدد صحیح است.

(ریاضی۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ و ۸۸ تا ۹۰)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

نقطهٔ $(۰\ ,\ ۲)$ بر روی سهمی قرار دارد، بنابراین:

$$y=ax^۲+bx+c \Rightarrow ۲=a(۰)^۲+b(۰)+c \Rightarrow c=۲$$

هم‌چنین $x=-۱$ و $x=۲$ ریشه‌های معادلهٔ $ax^۲+bx+c=۰$ است، در نتیجه:

$a(-1)^2+b(-1)+2=0 \Rightarrow a-b=-2$

$a(2)^2+b(2)+2=0 \Rightarrow 4a+2b=-2$

$\Rightarrow \begin{cases} 4a+2b=-2 \\ 2a-2b=-4 \end{cases} \Rightarrow 6a=-6 \Rightarrow a=-1$

$a-b=-2 \xrightarrow{a=-1} -1-b=-2 \Rightarrow b=1$

$y=ax^2+bx+c=-x^2+x+2=\frac{9}{4}-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

عرض رأس این سهمی برابر $\frac{9}{4}$ است.

(ریاضی۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۵۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیر محمودیان)*

دقت کنید که با توجه به نامعادلهٔ دوم، a باید مثبت باشد.

$|\frac{x}{a}+b|<\frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2}<\frac{x}{a}+b<\frac{3}{2} \xrightarrow{-b} -\frac{3}{2}-b<\frac{x}{a}<\frac{3}{2}-b$

$\xrightarrow{\times a} a(-\frac{3}{2}-b)<x<a(\frac{3}{2}-b) \Rightarrow -\frac{3}{2}a-ab<x<\frac{3}{2}a-ab$

$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2}a-ab=-2/5 \\ \frac{3}{2}a-ab=6/5 \end{cases} \xrightarrow{+} -2ab=4 \Rightarrow ab=-2$

$\frac{3}{2}a-ab=6/5 \xrightarrow{ab=-2} \frac{3}{2}a+2=6/5 \Rightarrow \frac{3}{2}a=4/5=\frac{9}{2}$

$\Rightarrow a=\frac{9}{2}\times\frac{2}{3}=3 \Rightarrow b=-\frac{2}{3}$

در نتیجه مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $|x-b|<a$ به‌صورت زیر است:

$|x-b|<a \Rightarrow |x+\frac{2}{3}|<3 \Rightarrow -3<x+\frac{2}{3}<3$

$\Rightarrow -3-\frac{2}{3}<x<3-\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{-11}{3}<x<\frac{7}{3}$

(ریاضی۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۵۸- **گزینهٔ «۲»** *(حمید علیزاده)*

چون در دو طرف $x=-2$ تغییر علامت وجود دارد، پس $x=-2$ ریشهٔ ساده عبارت P است و باید عبارت ax^2+3x+b را صفر کند. همچنین چون در دو طرف $x=c$ تغییر علامتی وجود ندارد، پس ریشهٔ مضاعف عبارت P است و باید ریشهٔ عبارت ax^2+3x+b با ریشهٔ عبارت $2x-1$ یعنی $x=\frac{1}{2}$ یکسان باشد. پس $x=\frac{1}{2}$ نیز باید عبارت ax^2+3x+b را صفر کند.

$\Rightarrow c=\frac{1}{2}$

$ax^2+3x+b=0 \begin{cases} \xrightarrow{x=-2} 4a+b=6 \\ \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} \frac{1}{4}a+b=-\frac{3}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{از حل دستگاه}} \begin{cases} a=2 \\ b=-2 \end{cases}$

$\Rightarrow abc=(2)(-2)(\frac{1}{2})=-2$

(ریاضی۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی تک)*

با توجه به تعریف تابع داریم:

$m^2=m+2 \Rightarrow m^2-m-2=0 \Rightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=2 \end{cases}$

$m=-1 \Rightarrow f=\{(3,1),(2,1),(-2,-1),(3,1),(-1,4)\}$ تابع است.

$m=2 \Rightarrow f=\{(3,4),(2,1),(-2,2),(3,4),(2,4)\}$ تابع نیست.

بنابراین $m=-1$ قابل قبول است.

(ریاضی۱- تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

ضابطه را $f(x)=mx+h$ در نظر می‌گیریم، داریم:

$f(0)=h=-(a+1)$

$f(3)=3m+h=3m-(a+1)=2a-1$

$\Rightarrow m=a$

$\Rightarrow f(x)=ax-(a+1)$

$\Rightarrow f(x)=a(x-1)-1$

نقطهٔ $(1,-1)$ روی این خط قرار دارد.

(ریاضی۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۸)

هندسه ۱

۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(رضا عباسی‌اصل)*

مثلث‌های ADE و ABC براساس قضیهٔ اساسی تشابه با یکدیگر متشابه‌اند. از طرفی نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k، برابر است با k^2. پس داریم:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = k^2$$

مساحت قسمت هاشورخورده را برابر x در نظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow \frac{25}{25+x} = \left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49} \Rightarrow 25+x = 49 \Rightarrow x = 24$$

(هندسه ۱ – قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۶۲- **گزینهٔ «۱»** *(محمدعلی نادرپور)*

فاصلهٔ A تا ضلع BC را h و فاصلهٔ A تا ضلع MN را h' می‌نامیم. h و h' به ترتیب طول ارتفاع‌های نظیر رأس A در دو مثلث ABC و AMN هستند. دو مثلث ABC و AMN متشابه هستند (به حالت تساوی دو زاویه)، پس داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = \left(\frac{h}{h'}\right)^2 \Rightarrow 3 = \frac{36}{h'^2} \Rightarrow h'^2 = 12 \Rightarrow h' = 2\sqrt{3}$$

(هندسه ۱ – قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(حسین خزایی)*

برای طول اضلاع این دو مثلث داریم:

$$\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{3\sqrt{6}}{2}}{\frac{3\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

یعنی طول اضلاع مثلث اول، $\sqrt{3}$ برابر طول اضلاع نظیر آن‌ها در مثلث دوم است، بنابراین دو مثلث متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها $k = \sqrt{3}$ است و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_1}{S_2} = (\sqrt{3})^2 = 3$$

(هندسه ۱– قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا وکیل‌الرعایا)*

$$\overset{\Delta}{ABC}: FD \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{DB}{CB} = \frac{AF}{AC} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{5}{7}$$

$$\overset{\Delta}{CFD} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{S_{CFD}}{S_{ABC}} = \left(\frac{CD}{CB}\right)^2 = \frac{25}{49}$$

$$\overset{\Delta}{DEB} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{S_{DEB}}{S_{ABC}} = \left(\frac{DB}{CB}\right)^2 = \frac{4}{49}$$

$$\frac{S_{AEDF}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - (S_{CFD} + S_{DEB})}{S_{ABC}} = 1 - \left(\frac{25}{49} + \frac{4}{49}\right) = \frac{20}{49}$$

(هندسه ۱– قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی نیک‌زاد)*

طبق رابطهٔ تعداد اضلاع و قطرهای یک چندضلعی داریم:

$$\frac{2n(2n-3)}{2} = 2(n+1+\frac{(n+1)(n-2)}{2})$$

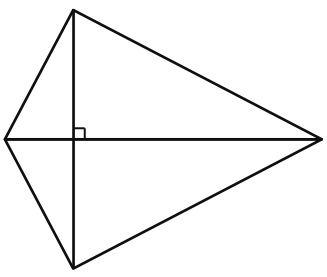
$$\Rightarrow n^2 - 4n = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ غ ق ق} \\ n = 4 \end{cases}$$

$$\text{تعداد قطرهای } n \text{ ضلعی} = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{4\times 1}{2} = 2$$

(هندسه ۱– چندضلعی‌ها ؛ صفحهٔ ۵۵)

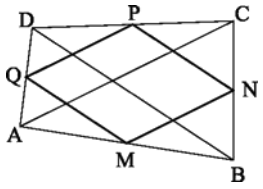
۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمد خندان)*

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» قضیه‌های دو شرطی هستند. اما برای عکس قضیهٔ گزینهٔ «۳»، «اگر در یک چهارضلعی اندازهٔ دو قطر مساوی و عمود بر هم باشند، آن‌گاه چهارضلعی مربع است.» مثال نقض وجود دارد، مانند شکل زیر:



(هندسه ۱– چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۳)

۶۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمدابراهیم کیتی‌زاده)*



چهارضلعی MNPQ متوازی‌الاضلاع است و در آن $MN = \frac{AC}{۲}$ و $NP = \frac{BD}{۲}$ است. باتوجه به برابری قطرها داریم:

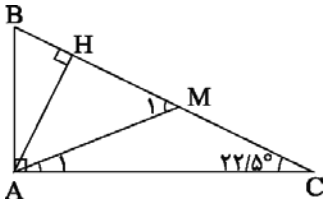
$$AC = BD \Rightarrow \frac{AC}{۲} = \frac{BD}{۲} \Rightarrow MN = NP$$

متوازی‌الاضلاعی که دو ضلع مجاور آن برابر باشند، یک لوزی است، پس چهارضلعی MNPQ لوزی می‌باشد.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۴)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(سیدسروش کریمی مداحی)*

در این مثلث قائم‌الزاویه، میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم می‌کنیم:



می‌دانیم طول میانهٔ وارد بر وتر نصف طول وتر است، پس داریم:

$$AM = CM = \frac{۱}{۲}BC \Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{C} = ۲۲/۵^\circ$$

$$\overset{\Delta}{AMC}: \text{زاویهٔ خارجی } \hat{M}_۱ \Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{A}_۱ + \hat{C} = ۴۵^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۴۵°، $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ طول وتر است، پس داریم:

$$\Delta AMH: \hat{M}_۱ = ۴۵^\circ$$

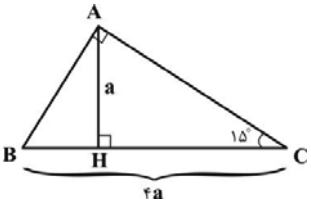
$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{۲}}{۲}AM = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{۱}{۲}BC = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times ۱ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)

۶۹- **گزینهٔ «۲»** *(رضا عباسی اصل)*

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه با یک زاویه ۱۵°، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{۱}{۴}$ وتر است، پس

با فرض $AH = a$ خواهیم داشت: $BC = ۴a$



حال بنا به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH.BC = \underbrace{AB.AC}_{۴} \Rightarrow a \times ۴a = ۴$$

$$\Rightarrow a^۲ = ۱ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow BC = ۴$$

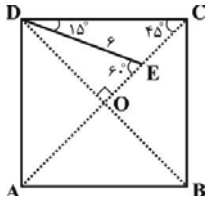
$$AB^۲ + AC^۲ = BC^۲ \Rightarrow (AB + AC)^۲ - ۲\underbrace{AB.AC}_{۴} = ۱۶$$

$$\Rightarrow (AB + AC)^۲ = ۲۴ \Rightarrow AB + AC = ۲\sqrt{۶}$$

(هندسهٔ ۱ — چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۴)

۷۰- **گزینهٔ «۴»** *(رضا عباسی اصل)*

قطر DB را رسم می‌کنیم، داریم:



$$\widehat{AED} = \widehat{CDE} + \widehat{DCE} = ۱۵^\circ + ۴۵^\circ = ۶۰^\circ$$

$$\overset{\Delta}{ODE}: \widehat{OED} = ۶۰^\circ \Rightarrow OD = \frac{\sqrt{۳}}{۲}DE$$

$$\Rightarrow OD = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۶ = ۳\sqrt{۳} \Rightarrow BD = ۶\sqrt{۳}$$

با توجه به اینکه طول قطر مربعی به ضلع a برابر است با $a\sqrt{۲}$، داریم:

$$DB = ۶\sqrt{۳} \Rightarrow AB = \frac{۶\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}} = \frac{۶\sqrt{۶}}{۲} = ۳\sqrt{۶}$$

(هندسهٔ ۱ — چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۴)

فیزیک ۱

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا گونه)*

با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1}=(\frac{m_2}{m_1})\times(\frac{v_2}{v_1})^2 \xrightarrow{m_2=m_1} \frac{K_2}{K_1}=(\frac{v_2}{v_1})^2$$

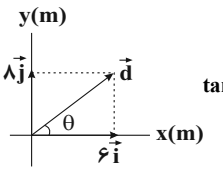
$$\xrightarrow[v_2=(8+x)\frac{m}{s},\ v_1=8\frac{m}{s}]{K_2=16K_1} 16=(\frac{8+x}{8})^2$$

$$\Rightarrow 4=\frac{8+x}{8} \rightarrow x=24\frac{m}{s}$$

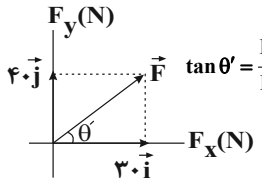
(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۷۲- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم منشاری)*

با توجه به بردارهای نیرو و جابه‌جایی، جهت این دو بردار یکسان است.



$$\tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$$



$$\tan\theta'=\frac{F_y}{F_x}=\frac{40}{30}=\frac{4}{3}$$

بنابراین کار نیروی $\vec{F}$ برابر است با:

$$W_F=|\vec{F}|\times|\vec{d}|\times\cos\theta \xrightarrow[|\vec{F}|=\sqrt{30^2+40^2}=50N]{\theta=0,\ |\vec{d}|=\sqrt{6^2+8^2}=10m}$$

$$W_F=50\times10\times1=500J$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۹)

۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

چون جسم از حال سکون حرکت می‌کند، حرکت جسم در امتداد برایند نیروهای وارد بر آن است.

$$\vec{F}_t=(1+8-3)\vec{i}+(-6+2+12)\vec{j}=6\vec{i}+8\vec{j}(N)$$

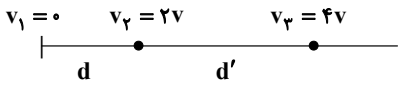
$$|\vec{F}_t|=\sqrt{6^2+8^2}=10N$$

$$W_t=F_t d\cos0=10\times6\times1=60J$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** *(زهره رامشینی)*

با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:



$$W_t=\Delta K$$

$$\begin{cases} Fd=\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}m(2v)^2=2mv^2 \\ Fd'=\frac{1}{2}mv_3^2-\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}m(4v)^2-\frac{1}{2}m(2v)^2=6mv^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d'}{d}=\frac{6mv^2}{2mv^2}=3$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۷۵- **گزینهٔ «۳»** *(علی قائمی)*

انرژی پتانسیل گرانشی جسم کاهش یافته است $(\Delta U<0)$، در نتیجه جسم به زمین نزدیک شده و ارتفاع آن از سطح زمین کم شده است.

طبق تعریف تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$\Delta U=-W_{\text{زمین}} \Rightarrow -10=-W_{\text{زمین}} \Rightarrow W_{\text{زمین}}=10J$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$E_1=E_2 \Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2 \Rightarrow -\Delta U=\Delta K$$

به عبارت دیگر، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، کاهش انرژی جنبشی جسم برابر با افزایش انرژی پتانسیل گرانشی آن می‌باشد و بالعکس. بنابراین تغییرات انرژی جنبشی را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m[(\frac{\sqrt{3}}{4}v_0)^2 - v_0^2]$$

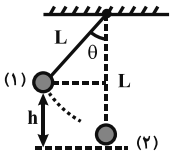
$$\Delta K = \frac{1}{2}m[\frac{3}{16} - 1]v_0^2 = -\frac{13}{32}mv_0^2$$

$$\Delta U = -\Delta K = \frac{13}{32}mv_0^2$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(شارمان ویسی)*

چون از نیروهای اتلافی صرف‌نظر شده است، انرژی مکانیکی پایسته است. اگر پایین‌ترین قسمت مسیر را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، داریم:



$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow 0 + mgL(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$\Rightarrow v^2 = 2gL(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{1-\cos\theta_2}{1-\cos\theta_1}} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\theta_2}{1-\cos 37^\circ}}$$

$$2 = \frac{1-\cos\theta_2}{1-0/8} \Rightarrow 1-\cos\theta_2 = 0/4 \Rightarrow \cos\theta_2 = 0/6 \Rightarrow \theta_2 = 53^\circ$$

بنابراین: $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 53^\circ - 37^\circ = 16^\circ$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(زهرا احمدیان)*

وقتی نیروهای اصطکاک، مقاومت هوا و دست به گلوله وارد شده و روی آن کار منفی انجام می‌دهند، انرژی جنبشی اولیهٔ گلوله به انرژی درونی گلوله، دست و هوا تبدیل می‌شود. بنابراین انرژی درونی این سامانه به اندازهٔ کار نیروهای اتلافی ($|W_f|$) افزایش می‌یابد.

از طرفی انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در حرکت افقی ثابت است. بنابراین:

$$W_f = E_2 - E_1 = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}\times 30\times 10^{-3}\times(0-400) = -6J$$

$$\Rightarrow |W_f| = +6J$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(سیرجلال میری)*

با درنظر گرفتن پایین سطح شیبدار به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، طبق قانون پایستگی انرژی، برای مسیرهای رفت و برگشت داریم:

مسیر رفت : $W_{f_k} = E_2 - E_1 = mgh_2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

مسیر برگشت : $W_{f_k} = E_3 - E_2 = \frac{1}{2}mv_3^2 - mgh_2$

بنابراین:

$$mgh_2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_3^2 - mgh_2$$

$$\Rightarrow 4gh_2 = v_3^2 + v_1^2 \Rightarrow 4\times 10\times h = 100 + 400$$

$$\Rightarrow h = 12/5m$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(حسین ناصحی)*

کاری که پمپ روی آب انجام می‌دهد را با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی به‌دست می‌آوریم:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{mg} = \Delta K$$

$$W_{\text{پمپ}} + (-mgh) = K_2 - K_1$$

$$\xrightarrow{K_1=0} W_{\text{پمپ}} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

با استفاده از رابطهٔ چگالی، جرم آب را به‌دست می‌آوریم:

$$m = \rho V \xrightarrow[V=60\times10^{-3}m^3]{\rho=10^3\frac{kg}{m^3}} m = 10^3\times 60\times 10^{-3} = 60kg$$

$$W_{\text{پمپ}} = \frac{1}{2}(60)(20)^2 + 60\times 10\times 20 = 12000 + 12000 = 24000J$$

توان خروجی پمپ برابر است با:

$$\overline{P}_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{24000}{60} = 400W$$

توان الکتریکی مصرفی پمپ برابر است با:

$$\text{بازده} = \frac{\overline{P}_{\text{خروجی}}}{\overline{P}_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{400}{P} \Rightarrow \overline{P}_{\text{مصرفی}} = 500W$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

شیمی ۱

۸۱- **گزینهٔ «۱»** *(حسن رحمتی کوکنده)*

بررسی عبارت نادرست:

فشار هواکره به دلیل وجود گازهای گوناگون است و این فشار در همهٔ جهت‌ها و به میزان یکسان به بدن ما وارد می‌شود.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

در لایهٔ تروپوسفر با افزایش ارتفاع به ازای هر کیلومتر، دما در حدود $۶^\circ C$ افت می‌کند.

$$\text{افت دما: } ۱۱/۵\,km \times \frac{۶^\circ C}{۱\,km} = ۶۹^\circ C$$

$$\text{دما در انتهای لایه: } ۱۴^\circ C - ۶۹^\circ C = -۵۵^\circ C$$

$$\text{دما برحسب کلوین: } = -۵۵ + ۲۷۳ = ۲۱۸K$$

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحهٔ ۴۸)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دمای کرهٔ زمین با افزایش ارتفاع از سطح آن در لایه‌های اول، دوم، سوم و چهارم به ترتیب کاهش، افزایش، کاهش و افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۲»: با افزایش ارتفاع از سطح زمین و کاهش جاذبهٔ زمین از تعداد ذرات در واحد حجم کاسته می‌شود.

گزینهٔ «۳»: نسبت حجمی گازهای سازندهٔ هواکره از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون تقریباً ثابت مانده است.

گزینهٔ «۴»: در لایهٔ آخر (لایهٔ چهارم) گازها به شکل اتم، مولکول و کاتیون وجود دارند و خبری از آنیون‌ها در این لایه نیست.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** *(جعفر پازوکی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: روند تغییر دمای هوا در اتمسفر زمین، دلیلی بر لایه‌ای بودن هواکره است.

گزینهٔ «۳»: جانداران ذره‌بینی، گاز نیتروژن هواکره را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند.

گزینهٔ «۴»: مقایسهٔ درصد فراوانی به‌صورت $Ar < O_۲ < N_۲$ است.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(سید رضا رضوی)*

موارد (ب)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد ب) با افزایش ارتفاع نسبت به سطح زمین، فشار گاز اکسیژن و همچنین غلظت آن کاهش می‌یابد.

مورد پ) عنصر اکسیژن با اغلب (نه همه) عناصر واکنش می‌دهد.

مورد ت) کربن مونوکسید نسبت به کربن دی‌اکسید سطح انرژی بیشتری دارد و ناپایدارتر است.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۵۲، ۵۶ و ۵۷)

۸۶- **گزینهٔ «۴»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: فرمول شیمیایی دی‌نیتروژن پنتااکسید، $N_۲O_۵$ و فرمول شیمیایی گوگرد هگزافلوئورید، $SF_۶$ است و مجموع زیروندها در هر دو ماده برابر ۷ می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: جرم مولی $Fe_۲O_۳$ و $Br_۲$ با هم برابر است پس در جرم معینی از این دو ماده، شمار مول‌ها با هم برابر است.

$$Fe_۲O_۳ = ۱۶۰\,g.mol^{-۱} \qquad Br_۲ = ۱۶۰\,g.mol^{-۱}$$

گزینهٔ «۳»: فرمول شیمیایی دی‌نیتروژن تتراکسید، $N_۲O_۴$ و فرمول شیمیایی نیتروژن دی‌اکسید، $NO_۲$ است.

$$NO_۲ \rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های N}}{\text{شمار اتم‌های O}} = \frac{۱}{۲}$$

$$N_۲O_۴ \rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های N}}{\text{شمار اتم‌های O}} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

گزینهٔ «۴»: ساختار لوویس HCN و CH_2O به‌صورت زیر است و در هر دو شمار پیوندهای کووالانسی برابر ۴ می‌باشد.

$$H-C\equiv N:$$

$$H-\underset{\underset{:O:}{\|}}{C}-H$$

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۸۷- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود جعفری)*

عبارت‌های (الف)، (پ) و (ت) درست هستند. معادلهٔ موازنه شدهٔ این دو واکنش به‌صورت زیر است:

$$I)\ 3KBH_4 + 3NH_4Cl \rightarrow 3KCl + B_3N_3H_6 + 9H_2$$

$$II)\ 4FeCrO_4 + 4K_2CO_3 + O_2 \rightarrow 2Fe_2O_3 + 4K_2CrO_4 + 4CO_2$$

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف): مجموع ضرایب استوکیومتری در هر دو واکنش برابر ۱۹ است.

عبارت (ب): ضریب استوکیومتری گاز H_2 در واکنش (I) برابر ۹ و ضریب استوکیومتری گاز O_2 در واکنش (II) برابر ۱ است.

$$\text{نسبت خواسته‌شده} = \frac{9}{1} = 9$$

عبارت (پ):

$$\frac{\text{ضریب استوکیومتری } KCl}{\text{ضریب استوکیومتری } B_3N_3H_6} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{\text{ضریب استوکیومتری } H_2}{\text{ضریب استوکیومتری } KBH_4} = \frac{9}{3} = 3$$

عبارت (ت): در واکنش (I)، سه ماده ضریب استوکیومتری ۳ دارند و در واکنش (II)، چهار ماده ضریب استوکیومتری ۴ دارند.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۸۸- **گزینهٔ «۱»** *(عبدالرشید یلمه)*

ساختار لوویس گونه‌ها به‌صورت زیر است:

$$\left[\begin{array}{c}:\ddot{Cl}:\\ |\\ :\ddot{I}:\\ |\\ :\ddot{Cl}:\end{array}\right]^{+}\quad a=8 \qquad \begin{array}{c}:O:\\ /\ \backslash\\ :\ddot{F}\quad \ddot{F}:\end{array}\quad c=8$$

$$:O:$$
$$:N\equiv N-\ddot{O}:\quad b=4 \qquad H-\underset{\|}{C}-H \quad d=2$$

بنابراین مقایسهٔ تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در ساختار ترکیب‌های داده شده به‌صورت $a=c>b>d$ خواهد بود.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی زارعی)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول:

$$\text{در ساختار } COCl_2 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\begin{array}{c}:\ddot{Cl}:\\ |\\ C-\ddot{Cl}:\\ \|\\ \ddot{O}:\end{array}$$

عبارت دوم:

$$\text{در ساختار } NO_2Cl \Rightarrow \frac{\text{شمار پیوندهای دوگانه}}{\text{شمار پیوندهای یگانه}} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{c}:\ddot{O}:\\ |\\ N-\ddot{Cl}:\\ \|\\ \ddot{O}:\end{array}$$

عبارت سوم:

$$\text{در ساختار } SO_2Cl_2 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون‌های اشتراکی}}{\text{شمارهٔ گروه اتم مرکزی}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{c}:\ddot{O}:\\ |\\ :\ddot{Cl}-S-\ddot{O}:\\ |\\ :\ddot{Cl}:\end{array}$$

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۹۰- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی اسدزاده)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: پرتوهای A، پرتوهای خورشیدی هستند که علاوه بر امواج فرابنفش سایر امواج را نیز دارند.

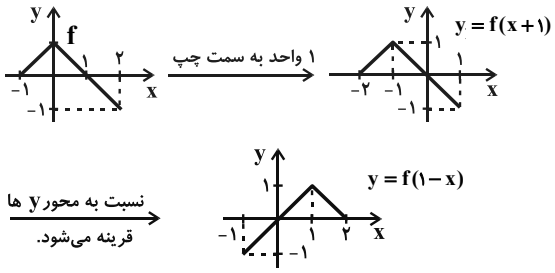
گزینهٔ «۲»: با کاهش مقدار CO_2 در هواکره، اثر گلخانه‌ای تشدید نمی‌شود.

گزینهٔ «۳»: امواج D و C از یک نوع (فروسرخ) هستند.

(ردپای گازها در زندگی) (شیمی ۱، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

حسابان ۲

۹۱- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد سجادی‌لاریجانی)*



(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

تابع جدید به‌صورت $y=f(۴x-۱)$ می‌باشد. اگر α و β صفرهای تابع f باشند. یعنی $f(\alpha)=۰$ و $f(\beta)=۰$، $\frac{\alpha+۱}{۴}$ و $\frac{\beta+۱}{۴}$ صفرهای تابع $y=f(۴x-۱)$ می‌باشند.

$$\frac{\alpha+۱}{۴}+\frac{\beta+۱}{۴}=\frac{\alpha+\beta+۲}{۴}=\frac{m^۲+۳m+۲}{۴}=\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow m^۲+۳m-۴=۰\Rightarrow m=۱,m=-۴$$

به ازای $m=۱$، ضابطه f به صورت $f(x)=x^۲-۴x+۵$ می‌باشد که فاقد صفر است پس $m=۱$ غیرقابل قبول است. به ازای $m=-۴$ ضابطهٔ f به صورت $f(x)=x^۲-۴x-۲۰$ است. که دارای دو صفر می‌باشد. پس $m=-۴$ قابل قبول است.

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۳- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد سجادی‌لاریجانی)*

با توجه به نمودارها درمی‌یابیم که:

$$D_f=[۰,۴],R_f=[-۲,۲],D_g=[-۴,۴],R_g=[-۱,۱]$$

با انتقال a واحد نمودار تابع f به سمت چپ، منقبض‌کردن دو برابری آن در راستای عمودی و انتقال یک واحد به سمت بالا به نمودار $y_۱=\frac{۱}{۲}f(x+a)+۱$ خواهیم رسید؛ بنابراین داریم:

$$D_{y_۱}=[-a,۴-a],R_{y_۱}=[۰,۲]$$

با نصف کردن طول نقاط نمودار تابع g و سپس انتقال b واحد نمودار در راستای عمودی به نمودار $y_۲=g(۲x)+b$ خواهیم رسید بنابراین داریم:

$$D_{y_۲}=[-۲,۲],R_{y_۲}=[b-۱,b+۱]$$

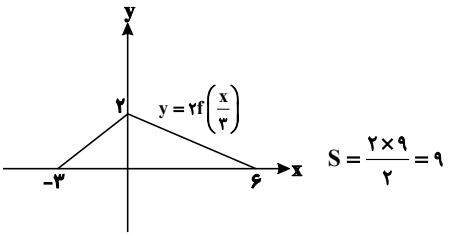
دامنه‌های $y_۱$ و $y_۲$ را با هم و بردهای آن‌ها را نیز با هم برابر درنظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow\begin{cases}[-a,۴-a]=[-۲,۲]\Rightarrow a=۲\\ [b-۱,b+۱]=[۰,۲]\Rightarrow b=۱\end{cases}\Rightarrow a+b=۳$$

(حسابان ۲ - تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

برای رسم نمودار تابع $y=۲f(\frac{x}{۳})$، عرض نقاط تابع f را ۲ برابر و طول نقاط آن را ۳ برابر می‌کنیم. بنابراین:



$$S=\frac{۲\times۹}{۲}=۹$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(یاسین سپهر)*

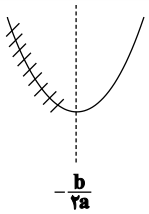
نمودار این تابع از انتقال‌های افقی و عمودی نمودار تابع $y=x^۳$ به‌دست آمده است. اگر نمودار $y=x^۳$ را یک واحد به‌سمت راست (در راستای محور xها) و سپس دو واحد به‌سمت بالا (در راستای محور yها) انتقال دهیم ضابطهٔ $y=(x-۱)^۳+۲$ به دست می‌آید که همان ضابطهٔ مربوط به نمودار داده شده در صورت سؤال است. پس:

$$a=-۱,b=-۲\Rightarrow a.b=۲$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۹۶- **گزینهٔ «۳»** *(سپند ولی‌زاده)*

طبق سؤال، دهانهٔ سهمی رو به بالاست. لذا سهمی روی $[-\frac{b}{۲a},+\infty)$ صعودی است.



پس (۲-) می‌تواند طول رأس سهمی و یا بزرگ‌تر از طول رأس سهمی باشد.

$$\frac{-b}{2a} \le -2 \Rightarrow \frac{-k}{6} \le -2 \Rightarrow -k \le -12 \Rightarrow k \ge 12$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

اگر x_1 و x_2 را در بازهٔ $[1,2]$ به صورت زیر در نظر بگیریم، داریم:

$$1 \le x_1 \le x_2 \le 2 \xrightarrow[f \text{ روی بازهٔ } [1,2] \text{ صعودی است.}]{\text{اثر دادن } f}$$

$$f(1) \le f(x_1) \le f(x_2) \le f(2)$$

$$\Rightarrow 0 \le f(x_1) \le f(x_2) \le 1 \xrightarrow[f \text{ در بازهٔ } [0,1] \text{ نزولی است.}]{\text{اثر دادن } f}$$

$$\Rightarrow f(0) \ge f(f(x_1)) \ge f(f(x_2)) \ge f(1)$$

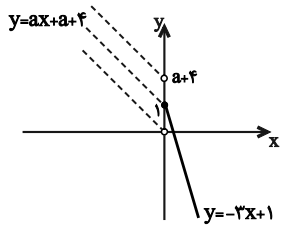
بنابراین از نامساوی $x_1 \le x_2$ به نامساوی $f(f(x_1)) \ge f(f(x_2))$ رسیدیم، پس تابع $f(f(x))$ روی بازهٔ $[1,2]$ نزولی است.

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۸- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -3x+1 & ; \quad x \ge 0 \\ ax+a+4 & ; \quad x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار، برای آنکه تابع روی تمام دامنه‌اش اکیداً نزولی باشد، باید شیب خط $y = ax + a + 4$ منفی باشد و عرض از مبدأ آن نیز بزرگتر یا مساوی یک باشد، بنابراین:

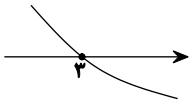
$$\begin{cases} \text{شیب} < 0 \Rightarrow a < 0 \\ \text{عرض از مبدأ} \ge 1 \xrightarrow[y \ge 1]{x=0} a+4 \ge 1 \Rightarrow a \ge -3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} -3 \le a < 0$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۹- **گزینهٔ «۴»** *(افشین کلستانی)*

چون f یک تابع اکیداً نزولی و پیوسته با دامنهٔ $\mathbb{R}$ و $f(3) = 0$ است، پس می‌توان نمودار زیر را برای f فرض کرد.



دقت شود که نمودار تابع f الزاماً به شکل بالا نیست، ولی می‌توان برای تصور f از نمودار بالا استفاده کرد.

حال باید دامنهٔ تابع داده شده را پیدا کنیم:

$0 \le$ زیر رادیکال با فرجهٔ زوج

نامعادله را با تعیین علامت حل می‌کنیم: $\Rightarrow (x-3)^2 f(2-x) \ge 0$

$$\Rightarrow (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow f(2-x) = 0 \Rightarrow 2-x = 3 \Rightarrow x = -1$$

x		-1		3	
$(x-3)^2 f(2-x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

برای فهمیدن علامت خانه‌های جدول از عددگذاری استفاده کرده‌ایم.

$$\Rightarrow D_g = [-1, +\infty)$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۰۰- **گزینهٔ «۴»** *(فهیمه ولی‌زاده)*

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b - 4 = 0 \Rightarrow a + b = 3 \quad (I)$$

$$f(-2) = -12 \Rightarrow -8 + 4a - 2b - 4 = -12 \Rightarrow 2a - b = 0 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I,II)} a = 1, b = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + x^2 + 2x - 4 \Rightarrow f(-1) = -1 + 1 - 2 - 4 = -6$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

هندسه ۳

۱۰۱- **گزینهٔ «۱»** *(میلاد منصوری)*

ماتریس اسکالر ۳×۳ به‌صورت $A=\begin{bmatrix} a & ۰ & ۰ \\ ۰ & a & ۰ \\ ۰ & ۰ & a \end{bmatrix}$ است که مجموع درایه‌های آن $۳a$ است. بنابراین داریم:

$$۳a=۱\Rightarrow a=\frac{۱}{۳}$$

حاصل‌ضرب درایه‌های قطر اصلی این ماتریس برابر است با:

$$a^۳=\frac{۱}{۲۷}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۱۲)

۱۰۲- **گزینهٔ «۳»** *(زویا محمدعلی‌پور قهرمانی‌نژاد)*

$$A^۲=\begin{bmatrix} x & y \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & y \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x^۲+y & xy-y \\ x-۱ & y+۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x-۱=۰\Rightarrow x=۱ \\ y+۱=۲\Rightarrow y=۱ \end{cases}\Rightarrow x=y=۱$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۳- **گزینهٔ «۴»** *(مهدی نیک‌زاد)*

وارون وارون هر ماتریس، برابر خود آن ماتریس است، پس داریم:

$$A=(A^{-۱})^{-۱}=\frac{۱}{-۱}\begin{bmatrix} -۱ & -۱ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^۲=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس $A^۲$، برابر ۲ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱۰۴- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه خان)*

$$A=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}\Rightarrow A\times B=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a-۱ & -b \\ c+۱ & ۱ \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} m & ۰ \\ ۰ & m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix} a+c & -b+۱ \\ -a+۲c+۳ & b+۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} m & ۰ \\ ۰ & m \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -b+۱=۰\Rightarrow b=۱ \\ -a+۲c+۳=۰\Rightarrow -a+۲c=-۳ \end{cases}$$

$$\begin{cases} b+۲=m\xrightarrow{b=۱} m=۳ \\ a+c=m=۳ \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a+۲c=-۳ \\ a+c=۳ \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} c=۰ \\ a=۳ \end{cases}\Rightarrow a+b+c=۴$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۷)

۱۰۵- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا بهرمن)*

دترمینان ماتریس وارون‌پذیر، مخالف صفر است، پس ماتریس‌های مورد نظر عبارت‌اند از:

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix},\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix},\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۶- **گزینهٔ «۲»** (سیدامیر ستوده)

$$I-\lambda A=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} \frac{\lambda}{۲} & -\frac{\lambda}{۲} \\ -\frac{\lambda}{۲} & \frac{\lambda}{۲} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱-\frac{\lambda}{۲} & \frac{\lambda}{۲} \\ \frac{\lambda}{۲} & ۱-\frac{\lambda}{۲} \end{bmatrix}$$

شرط وارون‌پذیری $I-\lambda A$ این است که $|I-\lambda A| \neq ۰$، پس داریم:

$$\left(۱-\frac{\lambda}{۲}\right)^{۲}-\frac{\lambda^{۲}}{۴} \neq ۰ \Rightarrow ۱-\lambda \neq ۰ \Rightarrow \lambda \neq ۱$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۷- **گزینهٔ «۱»** (رضا عباسی‌اصل)

$$A^{-۱}=\frac{۱}{۱\times ۳-۰\times(-۱)}\begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}=\frac{۱}{۳}\begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$A^{-۱}B=\frac{۱}{۳}\begin{bmatrix} ۶ & ۳ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{۱}{۳}\begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & ۱ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}=\frac{۱}{۳}\begin{bmatrix} ۶ & ۳ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} ۳a & ۳ \\ a & ۳ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۶ & ۳ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow a=۲$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۸- **گزینهٔ «۴»** (کاظم باقرزاده)

$$A^{-۱}=A \Rightarrow AA^{-۱}=A^{۲} \Rightarrow A^{۲}=I$$

$$\left(A+A^{-۱}\right)^{۲}=(A+A)^{۲}=(۲A)^{۲}=۴A^{۲}=۴I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۳)

۱۰۹- **گزینهٔ «۳»** (کیوان دارابی)

$$A+B=\begin{bmatrix} ۰ & ۲ & ۱ \\ ۱ & ۲ & -۱ \\ ۰ & ۱ & ۳ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۳ & -۲ & -۱ \\ -۱ & ۱ & ۱ \\ ۰ & -۱ & ۰ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۳ \end{bmatrix}=۳I$$

$$A^{۲}+AB+۳B=A(A+B)+۳B=A\times ۳I+۳B$$

$$=۳A+۳B=۳(A+B)=۳\times ۳I=۹I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۱۱۰- **گزینهٔ «۲»** (کیوان دارابی)

$$A^{۲}=\begin{bmatrix} ۳ & -۷ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & -۷ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲ & -۷ \\ ۱ & -۳ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{۳}=A^{۲}\times A=\begin{bmatrix} ۲ & -۷ \\ ۱ & -۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & -۷ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}=-I$$

$$\Rightarrow A^{۱۰}=A^{۹}\times A=\left(A^{۳}\right)^{۳}A=(-I)^{۳}\times A=-A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

ریاضیات گسسته

۱۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(سهام مجیدی‌پور)*

حاصل‌ضرب ۳ عدد ۲، ۳ و ۴، برابر ۲۴ و بخش‌پذیر بر ۱۲ است، پس این ۳ عدد مثال نقضی برای گزینه‌های «۱» و «۳» هستند. همچنین حاصل ضرب ۳ عدد ۳، ۴ و ۵ برابر ۶۰ و بخش‌پذیر بر ۱۲ است، پس این ۳ عدد مثال نقضی برای گزینهٔ «۲» هستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

مثال نقض برای گزینهٔ (۳)؛ با فرض $p=2$ و $q=3$، عدد $p+q=5$ نیز عددی اول است. درستی گزینه‌های دیگر را خودتان بررسی کنید.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

$$\begin{cases}\forall a\in\mathbb{Z}\Rightarrow a\mid 0 & \text{همهٔ اعداد صحیح، صفر را می‌شمارند.}\\ 0\mid a\Rightarrow a=0 & \text{صفر، فقط خودش را می‌شمارد.}\end{cases}$$

$$0\mid x^2+3x+2\Rightarrow x^2+3x+2=0\Rightarrow\begin{cases}x=-1\\x=-2\end{cases}$$

برای هر عدد صحیح y رابطهٔ $y^2+2y+3\mid 0$ برقرار است، پس بی‌شمار جواب صحیح برای y وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا طایفه تبریزی)*

$$a=4q+3\xrightarrow{\times 2}2a=8q+6$$

$$\xrightarrow{+3}2a+3=8q+6+3=8q+8+1$$

$$\Rightarrow 2a+3=8(q+1)+1=8q'+1\Rightarrow r=1$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(نیلوفر مهدوی)*

$$a=bq+r, 0\le r<b$$

$$259=bq+31\Rightarrow bq=228\xrightarrow{0\le r<b}b>31$$

بنابراین حالت‌های ممکن عبارت‌اند از:

$$\begin{cases}b=38, q=6\\ b=57, q=4\\ b=76, q=3\\ b=114, q=2\\ b=228, q=1\end{cases}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۱۶- **گزینهٔ «۲»** *(رضا پورحسینی)*

$$a=23q+7q\Rightarrow 7q<23\Rightarrow q<\frac{23}{7}\Rightarrow q\le 3$$

$$q_{max}=3\Rightarrow a_{max}=30(3)=90\Rightarrow \text{مجموع ارقام}=9$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(سروش موئینی)*

-13 یا -1 یا 1 یا 13

$$\left.\begin{matrix}x+3\mid 4x-1\\ x+3\mid 4x+12\end{matrix}\right\}\Rightarrow x+3\mid 13\Rightarrow x+3=13$$

با توجه به مقادیر به دست آمده، تنها مقدار طبیعی ممکن برای x، عدد ۱۰ است و $A=(10,3)$ تنها نقطه با مختصات طبیعی روی این منحنی می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(هومن نورائی)*

$$8a-5\overset{11}{\equiv}1-4a\Rightarrow 12a\overset{11}{\equiv}6$$

$$\Rightarrow a\overset{11}{\equiv}6\Rightarrow\begin{cases}a^2\overset{11}{\equiv}36\\ 3a\overset{11}{\equiv}18\end{cases}\Rightarrow a^2-3a\overset{11}{\equiv}18$$

$$\Rightarrow a^2-3a+2\overset{11}{\equiv}20\overset{11}{\equiv}9$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(رضا پورحسینی)*

$$2^5=32\overset{31}{\equiv}1\xrightarrow{\text{توان }14}$$

$$2^{70}\overset{31}{\equiv}1\xrightarrow{\times 2}2^{71}\overset{31}{\equiv}2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(جواد حاتمی)*

گزینهٔ «۴»:

$$24x\overset{15}{\equiv}42y\xrightarrow[(15,6)=3]{\div 6}4x\overset{5}{\equiv}7y$$

$$\Rightarrow\begin{cases}4x\overset{5}{\equiv}2y\xrightarrow[(5,2)=1]{\div 2}2x\overset{5}{\equiv}y & \text{گزینهٔ «۲»:}\\ 4x\overset{5}{\equiv}12y\xrightarrow[(5,4)=1]{\div 4}x\overset{5}{\equiv}3y & \text{گزینهٔ «۱»:}\end{cases}$$

با انتخاب $x=7$ و $y=4$ نیز می‌توان نشان داد که گزینهٔ «۳» نادرست است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۲۲)

فیزیک ۳

۱۲۱- گزینهٔ «۲» *(حامد شاهرانی)*

جابه‌جایی یک کمیت برداری است و برابر است با: $\Delta x = x_2 - x_1$ بنابراین:

$$\Delta x = -5 - (+10) = -5 - 10 = -15m$$

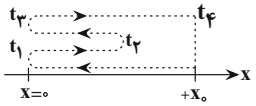
مسافت یک کمیت نرده‌ای است و برابر مجموع طول تمام مسیرهای طی شده توسط متحرک است. بنابراین:

$$\ell = 5 + 15 + 5 = 25m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۱۲۲- گزینهٔ «۲» *(علیرضا سلیمانی)*

ابتدا مسیر حرکت متحرک را با توجه به نمودار مکان –زمان داده شده رسم می‌کنیم.



آ) با توجه به مسیر حرکت مشخص می‌شود که متحرک در لحظه‌های t_1 و t_3 در مبدأ مکان قرار گرفته است، اما از مبدأ مکان عبور نمی‌کند و همواره در مکان‌های مثبت است. یعنی علامت بردار مکان تغییر نمی‌کند. (نادرست)

ب) در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 متحرک در جهت منفی محور x و در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 متحرک در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. (نادرست)

پ) مکان اولیه و نهایی متحرک یکسان است، بنابراین جابه‌جایی صفر بوده و طبق رابطهٔ سرعت متوسط، این کمیت نیز صفر است. (درست)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = 0} v_{av} = 0$$

ت) در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4 مسافت پیموده شده توسط متحرک از جابه‌جایی بزرگ‌تر است.

در این صورت داریم: $\left.\begin{matrix} s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \\ v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \end{matrix}\right\}, \ell > \Delta x \Rightarrow s_{av} > v_{av}$ (درست)

بنابراین موارد «پ» و «ت» درست هستند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۱۲۳- گزینهٔ «۳» *(حسین ناصحی)*

با توجه به رابطهٔ تندی متوسط ابتدا مدت زمان برگشت را به‌دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow 15 = \frac{(25 \times 2) + (12/5 \times t)}{2 + t}$$

$$\Rightarrow 15(2 + t) = 50 + 12/5t$$

$$\Rightarrow 30 + 15t = 50 + 12/5t \Rightarrow 2/5t = 20 \Rightarrow t = 8s$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x_1 + \Delta x_2|}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{|25 \times 2 - 12/5 \times 8|}{2 + 8} = \frac{50}{10} = 5\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۱۲۴- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین برادران)*

با توجه به این‌که سرعت متحرک ثابت است و متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، بنابراین با استفاده از رابطهٔ سرعت متحرک داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = t_2 - t_1, t_2 = 10s, t_1 = ?]{v = -5\frac{m}{s}, x_2 = -20m, x_1 = 0} -5 = \frac{-20 - 0}{10 - t_1}$$

$$\Rightarrow 10 - t_1 = 4 \Rightarrow t_1 = 6s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۲۵- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین برادران)*

راه اول:

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظهٔ $t = 3s$ برابر با صفر است. بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 3s$ برابر با صفر است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 8 - 3 = 5s]{v(t=3s) = 0, v(t=8s) = 20\frac{m}{s}} a = \frac{20}{5} = 4\frac{m}{s^2}$$

اکنون با توجه به رابطهٔ سرعت در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیهٔ متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=3s, a=4\frac{m}{s^2}]{v(t=3s)=0} v_0 = -12\frac{m}{s}$$

اکنون با توجه به رابطهٔ مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک را در سه ثانیهٔ اول حرکت به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = x - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{t=3s} \Delta x = \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 - 12 \times 3$$

$$\Rightarrow \Delta x = 18 - 36 = -18m$$

بنابراین، هنگامی‌که جهت حرکت متحرک در لحظهٔ $t = 3s$ عوض می‌شود، متحرک در ۱۸ متری مبدأ حرکت قرار دارد.

راه دوم: می‌توانیم حرکت متحرک را برعکس فرض کنیم یعنی فرض کنیم متحرک از حال سکون با شتاب $4\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. اکنون جابه‌جایی متحرک پس از ۳ ثانیه برابر با فاصلهٔ متحرک از مبدأ حرکت در لحظهٔ تغییر جهت است:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 = 18m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۶- گزینهٔ «۲» *(محمد اکبری)*

با استفاده از رابطهٔ سرعت – جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[v_0 = 0, v = 12\frac{m}{s}]{\Delta x = 16m} 12^2 - 0 = 2 \times a \times 16$$

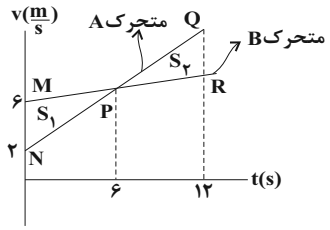
$$\Rightarrow a = \frac{12 \times 12}{2 \times 16} = 4/5\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین برادران)*

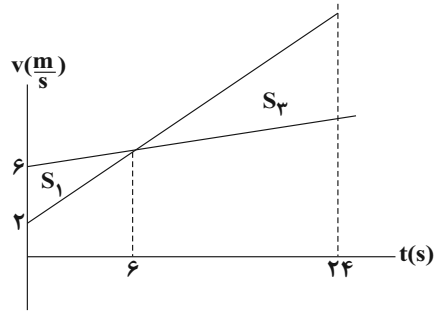
نمودار سرعت – زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم؛ می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است. بنابراین مطابق شکل زیر در لحظه‌ای که متحرک A از متحرک B سبقت می‌گیرد، $S_۱ = S_۲$ است. از مثلث‌های $\overset{\Delta}{MNP}$ و $\overset{\Delta}{PQR}$ که با یکدیگر متشابه هستند نتیجه می‌گیریم در لحظهٔ $t = ۶s$ تندی دو متحرک با یکدیگر برابر می‌شود، در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت، حداکثر فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر برابر است با:

$$S_۱ = S_۲ = \frac{(۶-۲)\times ۶}{۲} = ۱۲m$$



اکنون فاصلهٔ دو متحرک را در لحظهٔ $t = ۲۴s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{S_۳}{S_۱} = (\frac{۲۴-۶}{۶})^۲ \xrightarrow{S_۱=۱۲m} S_۳ = ۹\times ۱۲ = ۱۰۸m$$



فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر در لحظهٔ $t = ۲۴s = S_۳ - S_۱ =$

$۱۰۸ - ۱۲ = ۹۶m$

راه دوم: با استفاده از رابطهٔ حرکت نسبی دو متحرک داریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{۱}{۲}(a_A - a_B)t^۲ + (v_{۰A} - v_{۰B})t$$

$$\xrightarrow[\Delta x_{\text{نسبی}} = ۰]{t=۱۲s,\ v_{۰A}-v_{۰B}=۲-۶=-۴\frac{m}{s}} ۰ = \frac{۱}{۲}(a_A - a_B)\times ۱۲^۲ - ۴\times ۱۲$$

$$\Rightarrow a_A - a_B = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

اکنون فاصلهٔ دو متحرک را در لحظهٔ $t = ۲۴s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{۱}{۲}\times(a_A - a_B)t^۲ + (v_{۰A} - v_{۰B})t$$

$$\xrightarrow[v_{۰A}-v_{۰B}=-۴\frac{m}{s},\ t=۲۴s]{a_A-a_B=\frac{۲}{۳}\frac{m}{s^۲}} \Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۳}\times ۲۴^۲ - ۴\times ۲۴$$

$$= ۲۴(۸-۴) = ۹۶m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(ناصر خوارزمی)*

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک از روی نمودار به‌صورت زیر به‌دست خواهد آمد:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-v_۰}{۱۲}} v = -\frac{v_۰}{۱۲}t + v_۰ \quad (۱)$$

$$v_{av} = \frac{v + v_۰}{۲} \xrightarrow[(۱)]{v_{av}=\frac{۱}{۳}v_۰} \frac{۱}{۳}v_۰ = \frac{-\frac{v_۰}{۱۲}t + v_۰ + v_۰}{۲} \Rightarrow t = ۱۶s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

زمان‌هایی که گلوله از بالا و پایین پنجره عبور می‌کند و نیز اختلاف آن‌ها را می‌یابیم. با در نظر گرفتن جهت مثبت به سمت بالا و محل رها کردن گلوله از بالای ساختمان به عنوان مبدأ مکان، داریم:

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲$$

$$y_۱ = -\frac{۱}{۲}gt_۱^۲ \Rightarrow -۵ = -\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times t_۱^۲ \Rightarrow t_۱ = ۱s$$

$$y_۲ = -\frac{۱}{۲}gt_۲^۲ \Rightarrow -۶/۰۵ = -\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times t_۲^۲ \Rightarrow t_۲ = ۱/۱s$$

$$\Rightarrow \Delta t = t_۲ - t_۱ = ۱/۱ - ۱ = ۰/۱s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

اگر جهت مثبت را به سمت بالا و محل رها شدن گلوله‌ها را به عنوان مبدأ مکان در نظر بگیریم، معادلهٔ حرکت گلوله‌ها به صورت زیر می‌باشد:

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow \begin{cases} y_۱ = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \\ y_۲ = -\frac{۱}{۲}g(t-۲)^۲ \end{cases}$$

بیش‌ترین فاصلهٔ دو گلوله در لحظه‌ای رخ می‌دهد که گلولهٔ اول به سطح زمین می‌رسد، بنابراین داریم:

$$y_۲ - y_۱ = ۷۸/۴m$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۲}g\left[(t-۲)^۲ - t^۲\right] = ۷۸/۴$$

$$\Rightarrow \left(t^۲ - ۴t + ۴ - t^۲\right) = -۱۶ \Rightarrow t = ۵s$$

یعنی مدت زمان حرکت گلولهٔ اول از لحظهٔ رها شدن از ارتفاع h تا لحظهٔ رسیدن به زمین برابر با $۵s$ است. بنابراین ارتفاع h برابر است با:

$$y_۱ = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow -h = -\frac{۱}{۲}\times ۹/۸\times ۵^۲ \Rightarrow h = ۱۲۲/۵m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

فیزیک ۳ – آشنا

۱۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

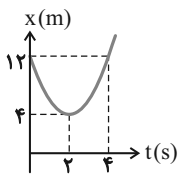
هنگامی که سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی Δt صفر است، بدان معنی است که متحرک در این بازه به جای اولش بازگشته است. با رسم نمودار مکان- زمان، ℓ و Δt و سپس s_{av} را می‌یابیم:

$$x = 2t^2 - 8t + 12$$

$$t_s = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{4} = 2s \Rightarrow x = 4m \Rightarrow S(2,4)$$

$$t = 0 \Rightarrow x_0 = 12m$$

t(s)	۰	۲
x(m)	۱۲	۴



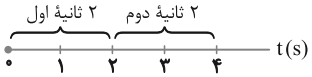
با توجه به تقارن سهمی در $t = 2s$ از روی شکل مکان متحرک در لحظهٔ $t = 4s$ نیز همان مکان در لحظهٔ $t = 0$ یعنی $12m$ می‌باشد، بنابراین خواهیم داشت:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow{l=8+8=16m,\ \Delta t=4s} s_{av} = \frac{16}{4} = 4m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۱۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*

ابتدا v_1 و v_2 را در دو انتهای بازهٔ زمانی خواسته شده می‌یابیم و از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ شتاب متوسط را می‌یابیم، دو ثانیهٔ دوم یعنی بازهٔ زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ به محور زمان زیر توجه کنید:



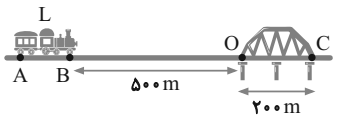
$$v = 2t^2 - 4t - 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow v_1 = 2\times(4) - 4\times(2) - 2 = -2m/s \\ t_2 = 4s \Rightarrow v_2 = 2\times(16) - 4\times(4) - 2 = 14m/s \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{14-(-2)}{4-2} = \frac{16}{2} = 8m/s^2$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*



برای تعیین زمان عبور کامل قطار از پل، به طول قطار نیاز داریم، بنابراین ابتدا با توجه به داده‌های مسئله معادلهٔ حرکت انتهای قطار (نقطهٔ A) را می‌نویسیم، اگر ابتدای پل را مبدأ مکان بگیریم آنگاه $x_{0A} = -500 - L$ خواهد بود و سرعت قطار در SI برابر است با

$$v = 72km/h \xrightarrow{\div 3/6} 20m/s$$ بنابراین داریم:

$$x_A = vt + x_{0A} \xrightarrow[v=20m/s]{x_{0A}=-500-L} x_A = 20t - 500 - L$$

با توجه به اینکه انتهای قطار در $t = 2s$ در فاصلهٔ ۶۰۰ متری پل قرار دارد، خواهیم داشت:

$$x_A = 20t - 500 - L \xrightarrow{t=2s,\ x_A=-600m}$$

$$-600 = 20(2) - 500 - L \Rightarrow L = 140m$$

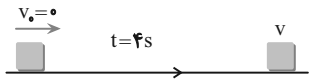
برای عبور کامل قطار از پل، نقطهٔ A باید مجموع فاصلهٔ ۵۰۰ متری و طول قطار و پل را طی کند.

$$\Delta x = 140 + 500 + 200 = 840m$$

$$\Delta x = vt \xrightarrow[v=20m/s]{\Delta x=840m} t = \frac{840}{20} = 42s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۳۴- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*



سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت از رابطهٔ $v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$ به‌دست می‌آید متحرک از حال سکون به راه افتاده است برای حل، ابتدا سرعت متحرک را در پایان این ۴ ثانیه می‌یابیم.

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \xrightarrow{v_{av}=8m/s,\ v_0=0} 8 = \frac{v}{2} \Rightarrow v = 16m/s$$

حال معادلهٔ سرعت - زمان و بعد از آن سرعت در $t = 5s$ را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \xrightarrow{v=16m/s,\ v_0=0,\ t=4s} a = \frac{16}{4} = 4m/s^2$$

در نهایت داریم:

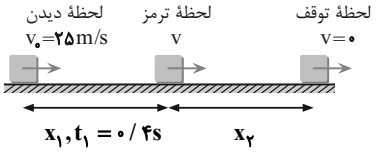
$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=4m/s^2,\ t=5s,\ v_0=0}$$

$$v = 4\times 5 = 20m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

هنگامی که راننده با مانع مواجه می‌شود در طی زمان تأخیر (۰/۴s) در واکنش، اتومبیل با همان سرعت ثابت حرکت می‌کند و از لحظهٔ ترمز حرکتش کندشونده می‌شود. حال کل این مسافت را می‌یابیم:



$x_1 = vt$: مسافت طی شده در زمان واکنش

$$\xrightarrow{v=90\times\frac{1}{3/6}=25m/s,\ t=0/4s} x_1 = 25\times 0/4 = 10m$$

$x_2 = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{25^2}{2\times 5} = \frac{625}{10} = 62/5m$: مسافت توقف در حین ترمز

کل مسافت طی شده $= 10 + 62/5 = 72/5m$

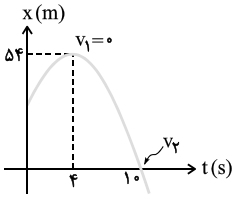
فاصله از مانع $= 80 - 72/5 = 7/5m$

ملاحظه می‌شود در لحظهٔ توقف، اتومبیل به اندازهٔ ۷/۵ متر از مانع فاصله دارد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۳۶- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

برای یافتن سرعت اولیه، ابتدا a را به‌دست می‌آوریم، در قسمت دوم حرکت (بازهٔ زمانی ۴ تا ۱۰ ثانیه) با داشتن Δx و Δt و با استفاده از رابطهٔ $\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times \Delta t$ سرعت در لحظهٔ $t = 10s$ و سپس در همین بازه شتاب را حساب می‌کنیم:



در بازهٔ $4s$ تا $10s$:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \xrightarrow{v_1=0, \Delta x=-54m, \Delta t=6s}$$

$$-54 = \frac{0 + v_2}{2} \times 6 \Rightarrow v_2 = -18 m/s$$

و شتاب:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \xrightarrow{v_2=-18m/s, v_1=0, t=6s}$$

$$a = \frac{-18 - 0}{6} = -3 m/s^2$$

در نهایت v_0 را با اطلاعات بازهٔ زمانی صفر تا $4s$ می‌یابیم:

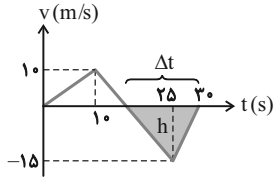
$$v = at + v_0 \xrightarrow{v=0, t=4s, a=-3m/s^2}$$

$$0 = -3(4) + v_0 \Rightarrow v_0 = 12 m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۳۷- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

در اینجا می‌خواهیم سرعت متوسط متحرک را در مدتی که در جهت منفی محور xها حرکت می‌کند بیابیم. این بخش در نمودار زیر محور زمان قرار دارد. از طرف دیگر جابه‌جایی برابر مساحت زیر نمودار سرعت - زمان است که در شکل رنگ کرده‌ایم. بنابراین داریم:

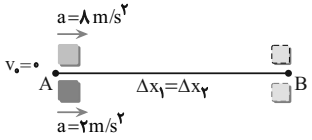


$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \xrightarrow{|\Delta x| = S} |v_{av}| = \frac{S}{\Delta t} \xrightarrow{S = \frac{1}{2} h \Delta t}$$

$$|v_{av}| = \frac{\frac{1}{2} h \Delta t}{\Delta t} = \frac{1}{2} h \xrightarrow{h=15m/s} |v_{av}| = \frac{1}{2} \times 15 = 7/5 m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*



در این مسئله، دو متحرک از حال سکون، هم‌زمان جابه‌جایی یکسانی را طی می‌کنند، متحرک با شتاب بیشتر $a = 8 m/s^2$ زودتر به مقصد می‌رسد و اگر زمان آن را t_1 بگیریم، متحرک دیگر ۳ ثانیه بیشتر در راه است $(t_1 + 3)$ ثانیه، بنابراین با مساوی قرار دادن جابه‌جایی آن‌ها مسئله را حل می‌کنیم:

$$v_0 = 0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2$$

$$\Rightarrow a_1 t_1^2 = a_2 t_2^2 \xrightarrow[a_1=8m/s^2,\ a_2=2m/s^2]{t_2=t_1+3}$$

$$8 t_1^2 = 2(t_1 + 3)^2 \Rightarrow 4 t_1^2 = (t_1 + 3)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 + 3 = 2t_1 \Rightarrow t_1 = 3s \\ t_1 + 3 = -2t_1 \Rightarrow t_1 = -1s \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

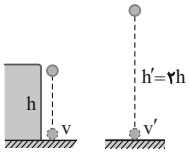
هدف مسئله طول AB یعنی مقدار جابه‌جایی است که با یکی از معادلات حرکت به‌دست می‌آوریم:

$$AB = \Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \xrightarrow[t_1=3s]{a_1=8m/s^2} AB = \frac{1}{2} \times (8) \times (3)^2 = 36 m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۳۹- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

اگر جسمی از حال سکون رها شود، سرعت جسم پس از جابه‌جایی (سقوط) h از رابطهٔ $v = \sqrt{2gh}$ به‌دست می‌آید. حال رابطهٔ مقایسه‌ای را برای دو ارتفاع مختلف می‌نویسیم و مسئله را حل می‌کنیم:



$$v = \sqrt{2gh} \Rightarrow \frac{v}{v'} = \sqrt{\frac{h}{h'}} \xrightarrow{h'=2h}$$

$$\frac{v}{v'} = \sqrt{\frac{h}{2h}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v' = \sqrt{2}\, v$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

به‌طور کلی در حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی‌های متوالی در زمان‌های مساوی و متوالی T ثانیه‌ای تشکیل دنبالهٔ عددی با قدرنسبت aT^2 می‌دهند. اگر $v_0 = 0$ باشد، جابه‌جایی‌های متوالی، خود مضرب عددهای فرد متوالی ۱، ۳، ۵ و ۷ ... هستند. به شکل توجه کنید:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta y_1 = \frac{1}{2} g T^2 = 1(\Delta y) \\ \frac{3}{2} g T^2 = 3(\Delta y_1) \\ \frac{5}{2} g T^2 = 5(\Delta y_1) \\ \vdots \\ 2(n-1)(\Delta y_1) \end{array}\right| \quad \left|\begin{array}{l} \\ \Delta y_1 = 40 m \\ \Delta y_2 = 3(40) \\ \\ \Delta y_3 = 5(40) \end{array}\right.$$

این روند فقط در گزینهٔ «۳» برقرار است، به استدلال زیر توجه کنید:

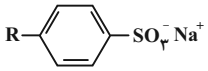
$$\underset{\downarrow}{40} \quad , \quad \underset{\downarrow}{120} \quad , \quad \underset{\downarrow}{200}$$
$$1(40) \quad 3(40) \quad 5(40)$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

شیمی ۳

۱۴۱- **گزینهٔ «۱»** *(فرزاد رضایی)*

ساختار کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی به‌صورت زیر است:



حلقهٔ بنزنی موجود در پاک‌کننده‌های غیرصابونی همواره سیرنشده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: هیدروفلوئوریک‌اسید پاک‌کننده خورنده نیست.

گزینهٔ «۳»: پاک‌کننده‌های صابونی می‌توانند بخش کاتیونی غیرفلزی هم داشته باشند مانند: $R-COO^-NH_4^+$

گزینهٔ «۴»: برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده، به آنها نمک‌های فسفات می‌افزایند.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۲)

۱۴۲- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ث) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) عنصر M می‌تواند عنصر $_{19}K$ باشد و K_2O باز آرنیوس محسوب می‌شود.

ب) پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌ها و برخی واکنش‌های آن‌ها آشنا بودند.

پ) به فرآیندی که درآن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند.

ت) چون به ازای یونش هر مولکول HF یک یون هیدرونیوم و یک یون فلوئورید تولید می‌شود. این نسبت برابر یک است.

ث) $\text{درصد یونش} = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}} \times 100$

$$= \frac{1/35\times10^{-3}}{0/1}\times100 = 1/35\%$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۴ و ۱۶ تا ۱۹)

۱۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(حسین ناصری‌ثانی)*

موارد اول، دوم و چهارم صحیح است.

بررسی موارد:

مورد اول: به ازای ۵ مولکول HF که در آب حل می‌شود، فقط یک مولکول آن یونیده می‌شود. بنابراین:

$$\%\alpha = \frac{(1\times0/01)\text{mol}}{(5\times0/01)\text{mol}}\times100 = 20\,\%$$

مورد دوم: از آنجا که در شرایط یکسان در محلول هیدروفلوئوریک‌اسید (ب) غلظت و مقدار یون‌های حاصل از یونش آن، کمتر از محلول هیدروکلریک‌اسید (آ) است، بنابراین رسانایی الکتریکی کمتری دارد.

مورد سوم: هیدروکلریک‌اسید به‌طور کامل یونیده شده است و معادلهٔ یونش آن باید به‌صورت کامل باشد نه تعادلی. $HCl \rightarrow H^+ + Cl^-$

مورد چهارم: با توجه به شکل درجهٔ یونش HCl(aq) برابر ۱ و درجهٔ یونش HF(aq) برابر ۰/۲ است.

$$\frac{1}{0/2} = 5$$

مورد پنجم: نادرست، با توجه به این‌که تعداد مول‌های حل شدهٔ هر دو اسید و حجم محلول حاصل در هر دو مورد برابر است، بنابراین غلظت مولی این دو اسید باهم برابر خواهد بود.

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۱۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

موارد دوم و سوم نادرست‌اند.

بررسی موارد:

مورد اول: آهک خاصیت بازی دارد و سبب کاهش میزان اسیدی بودن خاک می‌شود.

مورد دوم: از انحلال یک مول N_2O_5 در آب، ۴ مول یون تولید می‌شود.

$$N_2O_5(s) + H_2O(l) \rightarrow 2H^+(aq) + 2NO_3^-(aq)$$

مورد سوم: فلزها و گرافیت (مغز مداد) رسانای جریان برق هستند. از آنجا که رسانایی آنها به‌وسیلهٔ الکترون‌ها انجام می‌شود، به آنها رسانای الکترونی می‌گویند.

مورد چهارم:

$$CH_3COOH(aq) \rightleftharpoons CH_3COO^-(aq) + H^+(aq)$$

$$\text{غلظت یون‌ها} = [H^+] + [CH_3COO^-] = 2M\alpha$$

$$= 2(0/1)(1/35\times10^{-2}) = 2/70\times10^{-3}\,\text{mol.L}^{-1}$$

(مولکول‌ها در خدمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۹)

۱۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(سیدرضا رضوی)*

اسید HA، یک اسید قوی است و به‌طور کامل یونیده می‌شود. پس محلول آن تنها شامل یون‌های آب‌پوشیده است و مولکول‌های یونیده نشده در آن یافت نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اسید HA یک اسید قوی است و نمی‌توان نمودار آن را به استیک اسید نسبت داد و هم‌چنین اسید HB یک اسید ضعیف است و نمی‌توان نمودار آن را به نیتریک اسید نسبت داد.

گزینهٔ «۲»: رسانایی محلول‌ها به غلظت مولی یون‌های موجود در آن‌ها بستگی دارد. پس اگر جرم یکسانی از اسیدها را درون آب بریزیم علاوه بر قدرت

اسیدها، جرم مولی اسید هم در غلظت مولی یون‌ها تأثیرگذار است و نمی‌توان از قید «همواره» استفاده کرد.

گزینهٔ «۴»: اسید HA نسبت به اسید HB قوی‌تر است پس در دما و غلظت یکسان، محلول HA اسیدی‌تر بوده و pH کم‌تری دارد.

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۱۴۶- **گزینهٔ «۴»** *(مبینا شرافتی‌پور)*

معادلهٔ یونش باز ضعیف به‌صورت زیر است:

$$NHRR' + H_2O \rightleftharpoons NH_2RR'^{+} + OH^-$$

ابتدا میزان باز یونیده شده را به‌دست می‌آوریم:

$$۴/۸۱۶\times۱۰^{۲۱}\ \text{یون} \times \frac{۱\,\text{mol یون}}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{یون}} \times \frac{۱\,\text{mol NHRR'}}{۲\,\text{mol یون}}$$

$$= ۴\times۱۰^{-۳}\,\text{mol NHRR'}$$

$$\text{درصد یونش} = \frac{\text{مول یونیده شده باز}}{\text{مول اولیه باز}}\times۱۰۰ \Rightarrow ۲ = \frac{۴\times۱۰^{-۳}}{x}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow x = ۰/۲\,\text{mol NHRR'}$$

حال جرم مولی باز را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{جرم مولی باز} = \frac{۱۱/۸\,\text{g NHRR'}}{۰/۲\,\text{mol}} = ۵۹\,\text{g.mol}^{-۱}$$

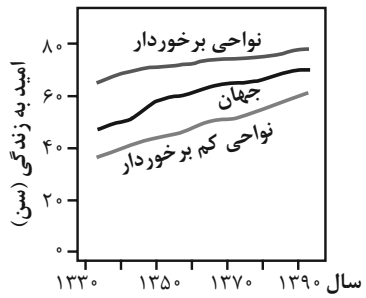
$$۵۹ = ۱۴+۱+R+R' \Rightarrow R+R' = ۴۴\,\text{g.mol}^{-۱}$$

مجموع جرم مولی اتیل (C_2H_5) و متیل (CH_3)، برابر ۴۴ گرم بر مول است.

(مولکول‌ها در فرمت تندرستی) (شیمی ۳، صفحهٔ ۱۹)

۱۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین معروفی)*

با توجه به نمودار زیر، در ۶۰ سال گذشته، میزان رشد و پیشرفت شاخص امید به زندگی در نواحی کم برخوردار (توسعه نیافته) بیش‌تر از نواحی برخوردار (توسعه یافته) بوده است.



(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۴۸- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

گزینهٔ «۱» درست. فرمول مولکولی اسید سازندهٔ این استر سه عاملی به‌صورت $C_{18}H_{36}O_2$ یا $C_{17}H_{35}COOH$ می‌باشد.

گزینهٔ «۲» درست. با توجه به وجود سه گروه عاملی استری در ساختار مولکول آن ۶ پیوند $C-O$ وجود دارد.

گزینهٔ «۳» درست. ۳ مول صابون با فرمول $CH_3(CH_2)_{16}COONa$ تولید می‌شود.

گزینهٔ «۴» نادرست. زیرا این ترکیب دارای پیوند $O-H$ نمی‌باشد.

(شیمی ۳ – مولکول‌ها در خرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین معروفی)*

فقط عبارت «پ» درست است.

مخلوط شمارهٔ «۱»، محلول و مخلوط شمارهٔ «۲»، کلوئید می‌باشد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «الف»: محلول‌ها برخلاف کلوئیدها، مخلوط‌هایی همگن هستند.

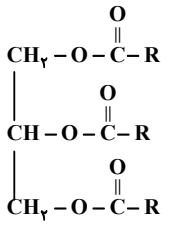
عبارت «ب»: رفتارکلوئیدها را می‌توان رفتاری بین سوسپانسیون‌ها و محلول‌ها در نظر گرفت.

عبارت «ت»: مخلوط آب و روغن که با صابون پایدار شده یک کلوئید است و ذرات آن از ذره‌های تشکیل‌دهندهٔ محلول‌ها بزرگ‌تر است.

(شیمی ۳ – مولکول‌ها در خرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

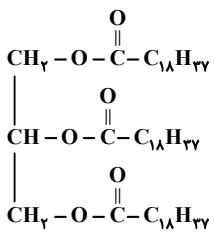
۱۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی خوش‌کیش)*

با توجه به ساختار کلی استرهای بلند زنجیر سه عاملی که به‌صورت زیر است، می‌توان تعداد کربن‌های گروه‌های R را به‌صورت زیر حساب کرد:



$$\text{تعداد کربن‌های گروه R} = \frac{۶۰-۶}{۳} = ۱۸$$

بنابراین فرمول ساختاری استربلند زنجیر با ۶۰ اتم کربن به‌صورت زیر است و جرم مولی این ترکیب برابر $۹۳۲\,\text{g.mol}^{-۱}$ می‌باشد.



با توجه به ساختار استربلند زنجیر می‌توان نتیجه گرفت که از واکنش این استر با سدیم هیدروکسید کافی، صابونی با فرمول $C_{19}H_{37}O_2Na$ تولید می‌شود.

(شیمی ۳ – مولکول‌ها در خرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)